

## 鹽水異重流頭端之局部渦流流場與運移特性探討

劉建榮<sup>[1]</sup> 許少華<sup>[2]\*</sup>

**摘要** 本研究以水槽試驗配合垂直二維數值模式對鹽水異重流頭端局部渦流進行模擬探討，以釐清異重流頭端形狀與捲水效應等現象。透過非均勻與 MAC 交錯網格以及大渦模擬 (LES) 計算紊流場紊流黏滯係數，並利用局部流場之理查生數與許密士數的關係計算紊流擴散係數。可發現當入流鹽水濃度增加時，試驗與數值的異重流頭端平均移動速度皆有明顯增加的現象。由傳統固定座標觀點觀察數值模擬異重流頭端局部流場可發現，頭端上方與鼻端下方皆有一局部流場，分別造成捲水效應使濃度明顯下降，此為試驗不易量測與觀察到的現象。而透過移動座標觀點觀察異重流頭端局部流場則發現，頭端本身會自成一環狀渦流，其環狀渦流的大小幾乎與頭端大小差不多，表示異重流頭端大小是由此自成區域的環狀渦流所形成。

**關鍵詞：**鹽水異重流、頭端、局部環狀渦流、移動座標。

## Analyzing the Local Eddies and Moving Behavior of the Head of Saline Density Currents

Chien-Jung Liu<sup>[1]</sup> Shaohua Marko Hsu<sup>[2]\*</sup>

**ABSTRACT** A vertical 2-D numerical model verified by the experimental results was used to analyze the local eddies and moving behavior of the head of saline density currents. Large Eddy simulation (LES), and the relation between the Schmidt number ( $S_c$ ) and local Richardson number ( $R_i$ ) calculated by the local flow field were used to calculate the eddy viscosity and eddy diffusion. Based on the fixed coordinate to observe the local flow field around the head of the density current, there were two eddies above the head and under the nose, respectively, diluting the concentration of the head. This phenomenon was difficult to measure and observe by experiments. When the moving coordinate moved with the velocity of the nose of the head to observe the head, there was a close circular eddy in the head and the size of the close circular eddy was the same as the size of the head. This means the size of the head depends on the close circular eddy in the head.

**Key Words:** Saline density current, Head, Local close circular eddy, Moving coordinate.

### 一、前言

近年來台灣地區集水區及山坡地被大量且超限開

發利用，造成每年颱風帶來大量且集中的降雨往往造成集水區與山坡地的泥砂被大量沖刷進入河流及水庫。高含砂水流進入水庫後，粗顆粒泥砂會於水庫上

[1] 逢甲大學 GIS 中心  
GIS Center, Feng Chia University, Taichung 407, Taiwan, R.O.C.

[2] 逢甲大學水利工程與資源保育學系  
Department of Water Resources Engineering and Conservation, Feng Chia University, Taichung 407, Taiwan, R.O.C.

\*Corresponding Author. E-mail address: shhsu@fcu.edu.tw

游先淤積形成三角洲 (delta)，而細顆粒泥砂會越過三角洲往下游移動。當斷面平均密差福祿數 (densimetric Froude number) 達 0.6~1.0 時即發生渾水向下潛入沿著庫底形成異重流 (Yu *et al.*, 2004)。渾水異重流挾帶細顆粒泥砂行進至壩址時若無適當的排砂機制，則會產生渾水潭造成壩址取水口附近因原水泥砂濁度過高使得淨水廠無法處理，影響供水。由於異重流為細顆粒泥砂運移至壩址附近的主要動力，而異重流的挾砂能力與向前的移動能力則取決於其頭端的局部渦流流場與上游入流條件。但渾水異重流頭端的局部渦流流場與移動特性會受到入出流流況、上下層流體密度差以及泥砂本身沉降與絮凝特性的影響。為釐清各影響因子特性，本研究暫不考慮渾水中的泥沙本身的沉降與絮凝特性，以鹽水形成僅考慮上下層流體密度差異影響的鹽水異重流，以渠槽試驗與垂直二維數值模式對鹽水異重流之頭端移動特性與局部渦流流場進行探討。透過比較異重流頭端形狀大小與頭端平均移動速度驗證模式之正確性，以驗證後的數值模式探討不同的入流條件下 (入流流量與入流濃度) 試驗難以量測的異重流頭端附近局部渦流流場變化。

## 二、文獻回顧

過去在研究異重流頭端運動特性方面可分為兩個主要的研究議題。一為以固定體積密度較高的流體，瞬間釋放後觀察其潛入密度較小流體下方所形成之異重流頭端的運動特性 (Liu *et al.*, 1991(a)(b); Hallworth *et al.*, 1993)，而 lock-exchange problem 為其中一種代表性的研究方法 (Rottman *et al.*, 1983; Bonnecaze *et al.*, 1993; Härtel *et al.*, 2000)。Hallworth *et al.* (1993) 以一固定體積之高密度流體 (鹼性 PH>10) 瞬間釋放進入低密度流體 (PH≤4) 中形成異重流，以 PH 值指示劑顯示捲水產生酸鹼中和後的異重流頭端 PH 值變化進行分析，指出頭端捲入之上層低密度流體的比例只與所釋放的高密度流體體積與頭端移動的距離有關，與上下層密度差無關。Härtel *et al.* (2000) 提出以許密士數 (Sc, Schmidt number) 作為流場中運動黏滯係數 (kinematic viscosity) 與分子擴散係數 (molecular diffusivity) 之間的比值關係。

另一種則為密度較高的流體以持續供應來源的方式所形成的異重流頭端移動特性，而此類的研究可細分為定床與動床兩種研究方法。動床部分，Britter and

Simpson (1978) 發明以底床會移動的方式形成所謂相對流動的異重流，即異重流頭端本身幾乎沒有在向前移動，但因為底床是往與異重流頭端相反的方向移動 (即往異重流的身體段方向移動)，故其異重流頭端可視為以一相對速度向前移動 (Britter and Simpson, 1978; Simpson and Britter, 1979; Simpson and Britter, 1980; Simpson, 1982; Garcia and Parsons, 1996)。定床部分，則是以定水頭或是穩定入流的方式使高密度流體流入渠槽內形成異重流進行觀察 (Simpson, 1972; Anwar, 1980; Britter and Linden, 1978; Kranenburg, 1993; Nakos, 1994; Alahyari and Longmire, 1996; Altinakar *et al.*, 1996; van Kessel and Kranenburg, 1996; Fukushima, 1998)。

Britter and Simpson (1978) 與 Simpson and Britter (1979) 皆以定水頭箱與羅托計控制流入試驗渠槽之鹽水流量，透過動床的方式形成相對流動之異重流，以熱感探針量測其流速，提出異重流頭端的摻混 (mixing) 主要是因為頭端附近流體的重力與剪力不穩定所造成，並指出頭端上方形成並向後傳遞的滾浪 (billow) 其大小與頭端後方身體段上方的混合層厚度 (mixed layer depth) 差不多。並分析鹽水異重流頭端高度與身體段厚度的關係。以試驗結果分析異重流鼻端、頭端與身體段高度以及頭端流動之雷諾數間的關係，Keulegan (1958)、Simpson (1972)、Simpson and Britter (1979) 與 Härtel (2000) 皆指出異重流頭端之雷諾數 ( $Re$ ) 愈大時，其鼻端高度與頭端高度之比值 ( $h_5 / (h_3 + h_4)$ ) 愈小，但雷諾數超過 1000 後，其變化趨勢即減緩 (如圖 1 所示)。Simpson and Britter (1979) 以  $(\rho_2 - \rho_1) / \rho_1$  ( $\rho_1$  為上層流體之密度， $\rho_2$  為下層流體之密度) 介於 0.0037~0.03 (鹽水濃度約為 10~45g/L) 之案例進行分析，指出福祿數 ( $Fr = U / (g' h_4)^{1/2}$ ， $U$  為頭端移動速度， $g'$  為受浮力影響後的有效重力) 與無因次頭端水深 ( $h_3 / h_4$ ) 皆會隨相對水深 ( $h_4 / h_1$ ) 的增加而減少，如圖 2 所示。

Ying *et al.* (1999) 以大渦模擬 (LES) 模擬異重流頭端於斜坡之運動行為，提出異重流頭端的無因次傳播速度 (dimensionless front propagation speed) 在斜坡坡度介於 5°~90° 之間時約為 1.5±0.2。其頭端的大小會隨坡度增加而增加，且坡度愈大，其頭端後方的捲水現象愈明顯。許少華等 (2002) 以非均勻與 MAC 交錯網格配合中央差分法

求解垂直二維鹽水異重流之流場，提出頭端附近的 Kelvin-Helmholtz (K-H) 不穩定主要由於頭端斜向壓力產生，但由於紊流黏滯係數與紊流擴散係數皆設定為定值不隨流場改變較不符合實際現象，故濃度剖面與於清鹽水交界面附近與試驗結果差異較大。

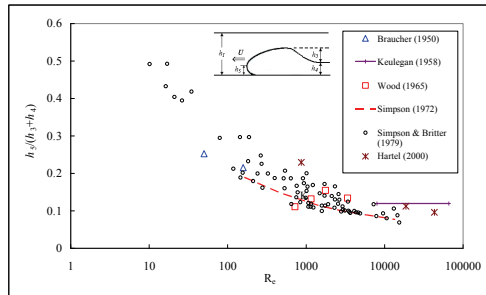


圖 1 異重流頭端雷諾數 ( $R_e$ ) 與其鼻端高度與頭端高度之比值 ( $h_5/(h_3+h_4)$ ) 的關係

Fig.1 Relation between Reynolds number ( $R_e$ ) and the ratio of the height of node and head of density current ( $h_5/(h_3+h_4)$ )

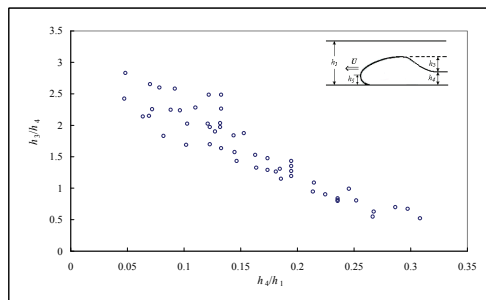


圖 2 異重流福祿數 ( $F_r=U_1/(g'h_4)^{1/2}$ ) 與相對水深 ( $h_4/h_1$ ) 的關係

Fig.2 Relation between Froude number ( $F_r$ ) and the fractional depth ( $h_4/h_1$ )

### 三、渠槽試驗

#### 1. 試驗條件

本研究之試驗渠槽與試驗設計皆與許少華 (2008) 一致，渠槽底床坡度為水平，入口高度 10cm，出口寬度 10cm，開孔高 0.25cm，出口距底床高度 8cm。清水由圖 3 中 11 之水管流入清水流槽，並以溢流的方式補充試驗流槽，使兩流槽於試驗過程中皆保持固定水位高 40 cm。該研究主要是針對異重流抵達孔口後形成鹽水潭之下層高密度流體排

出特性，但本研究主要針對鹽水異重流頭端尚未抵達出口前之頭端局部渦流流場以及頭端運移特性進行探討。故兩研究雖以同一試驗之結果進行比較探討，但所分析比較之現象與特性皆不相同。所有試驗案例如表 1 所示，試驗配置如圖 3 所示。

#### 2. 流量計率定

本研究為方便觀察鹽水異重流於試驗渠槽中之流動特性，故以紅色食用色素將鹽水染色顯影，鹽水入流量則是由鹽水供水系統以沉水式抽水馬達將鹽水由鹽水儲備槽抽到上方的定水頭箱 (圖 3 中之 4)，以固定水頭差的方式將鹽水導入渠槽中，並由鹽水流量計 (圖 3 中之 12) 控制流量的大小。由於是以壓差的方式驅動入流量，故率定流量時之渠槽總水位條件需與正式試驗相同，將總水位保持在 40cm。率定方式為於不同的鹽水濃度與流量計刻度條件下，由渠槽尾端之出口量測出流量，並將不同流量計刻度下所測得之實際流量與流量計刻度進行迴歸。但由於鹽水入流有濃度上的差異，造成相同流量刻度但入流濃度不同時，其流量計內圓錐浮錘 (float) 所受到之浮力不同，故測得之實際流量也略有差異，可得如圖 4 之迴歸關係。可發現當鹽水濃度越大時，相同流量下所提供之浮力也越大，故於相同的流量刻度下，入流鹽水濃度越大時所測得實際通過流量計之流量也越小，因為濃度較大時，相對較小之流量即可產生相同之浮力抵抗流量計圓錐浮錘之重量。表 1 中之各入流濃度各入流之刻度之實際入流量可由圖 4 換算之。

### 四、數值模擬

本研究以垂直二維之 Navier-Stokes 方程式、濃度傳輸方程式與濃度-密度關係式求解異重流之頭端運移行為，以大渦流模擬 (large eddy simulation, LES) 計算紊流黏滯係數 ( $\nu_{i,j}$ )，紊流擴散係數則以  $S_c$  的觀念進行求解。

Deardorff (1970) 提出模擬紊流流場時可以在頻率域或時間域中，僅計算大於網格尺寸之渦流，將小於網格尺寸之渦流所造成的傳輸量以次網格模式 (sub-grid scale model, SGS model) 表示，故本研究採用此方法計算模擬區域之紊流黏滯係數 ( $\nu_{i,j}$ )。次網格模式的紊流黏滯係數定義如(1)式所示：

$$\nu_{i,j} = (C_s \nabla_s)^2 (2S_{ij} S_{ij})^{1/2} \quad (1)$$

表 1 試驗入流條件

Table 1 Experimental conditions of all cases

入流濃度(g/L)	11.17	17.17	23.55	30.61	59.26	113.84	229.52
入流流量(cm <sup>2</sup> /s)							
2	7.29	7.26	7.24	7.21	7.10	6.88	6.42
4	14.71	14.66	14.60	14.54	14.31	13.85	12.89
6	20.01	19.94	19.87	19.80	19.48	—	—
8	27.52	27.44	27.35	27.26	26.88	26.15	24.61
10	33.64	33.54	33.42	33.30	32.81	—	—
12	39.39	39.27	39.15	39.02	38.47	37.44	35.24

—：無試驗

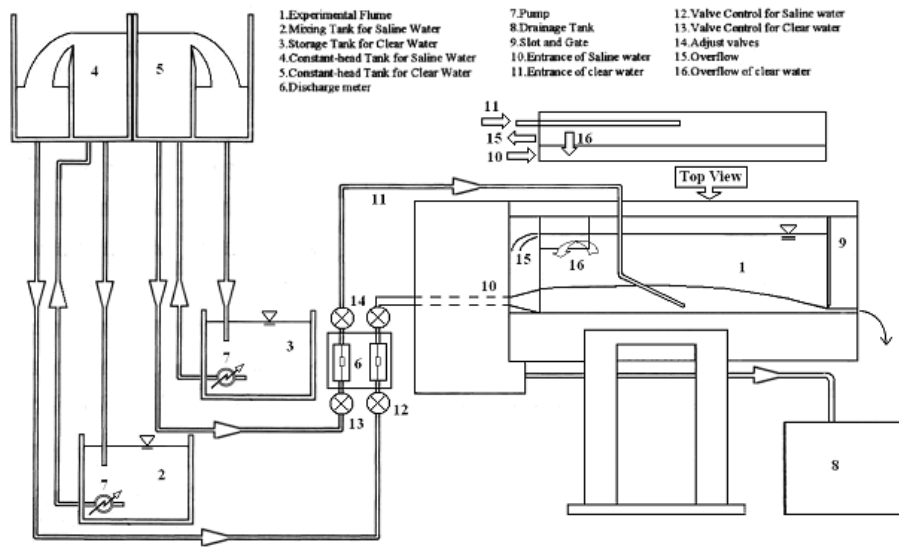


圖 3 試驗配置示意圖

Fig.3 Diagram of experimental flume and supplied systems

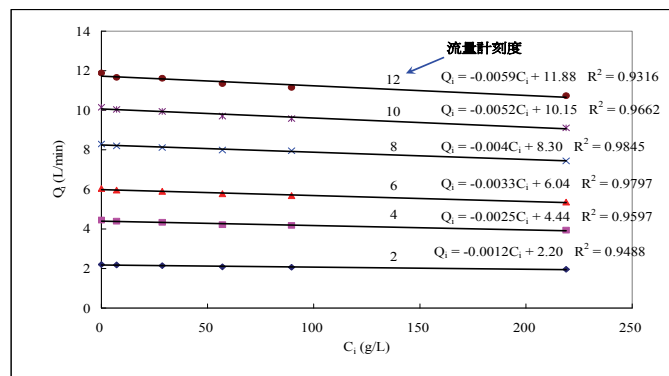


圖 4 鹽水流量計讀數與實際鹽水入流量迴歸關係圖

Fig.4 Relation between the graduation of flow meter and real inflow discharge

## 1. 大渦流模式 (Large eddy simulation, LES)

其中： $\nu_{i,j}$  為紊流黏滯係數[L<sup>2</sup>/T]；下標  $i$  與  $j$  分別為水平方向與垂直方向； $C_s$  為次網格模擬係數[無因次]； $\nabla_s = \sqrt{\Delta x \Delta y}$  為能直接計算的最小渦流尺寸[L]， $\Delta x$  與  $\Delta y$  分別為水平方向與垂直方向的網格間距[L]，本研究採用  $\Delta x = 0.2$  cm， $\Delta y$  於孔口與底床附近較密，於其他區域較疏； $S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right)$  為剪應變率[1/T]。

Chu and Soong (1997) 提出異重流因垂直方向有密度分層的影響，水平方向的紊流黏滯係數應為垂直方向紊流黏滯係數的 21 倍，即  $(\nu_x)_{i,j} = \frac{6.25}{0.3} (\nu_y)_{i,j}$ 。故本研究將(1)式計算所得之紊流黏滯係數依 21:1 的比例分成水平與垂直兩方向的紊流黏滯係數。

$$(\nu_x)_{i,j} = 0.99886 \cdot \nu_{i,j} \quad (2)$$

$$(\nu_y)_{i,j} = 0.047565 \cdot \nu_{i,j} \quad (3)$$

其中： $(\nu_x)_{i,j}$  為水平方向的紊流黏滯係數[L<sup>2</sup>/T]；

$(\nu_y)_{i,j}$  為垂直方向的紊流黏滯係數[L<sup>2</sup>/T]。

## 2. 動量與質量傳輸類比關係—許密士數 (Schmidt number, Sc)

於紊流流場中，流體所含的動量與質量是隨著渦流一起移動和傳輸的，故其傳輸機制十分類似，皆是由高濃度（高動量）處傳至低濃度（低動量）處，傳輸通量皆與梯度（濃度梯度、動量梯度）成正比。透

$$\frac{\partial u^*}{\partial t^*} + u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} = -\frac{1}{\rho^*} \frac{\partial P^*}{\partial x^*} + \frac{\partial}{\partial x^*} \left[ 2[(\nu_x^*)_{i,j} + \nu_l^*] \cdot \frac{\partial u^*}{\partial x^*} \right] + \frac{\partial}{\partial y^*} \left[ [(\nu_y^*)_{i,j} + \nu_l^*] \cdot \left( \frac{\partial u^*}{\partial y^*} + \frac{\partial v^*}{\partial x^*} \right) \right] \quad (7)$$

$$\frac{\partial v^*}{\partial t^*} + u^* \frac{\partial v^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = -\frac{1}{F_b^2} - \frac{1}{\rho^*} \frac{\partial P^*}{\partial y^*} + \frac{\partial}{\partial x^*} \left[ [(\nu_x^*)_{i,j} + \nu_l^*] \cdot \left( \frac{\partial u^*}{\partial y^*} + \frac{\partial v^*}{\partial x^*} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y^*} \left[ 2[(\nu_y^*)_{i,j} + \nu_l^*] \cdot \frac{\partial v^*}{\partial y^*} \right] \quad (8)$$

過雷諾類比 (Reynolds analogy)，在相同的紊流流場中（即單一流體）， $Sc$  應接近 1.0。但本研究乃鹽水異重流之流場，且流場中各點的動量與質量傳輸關係會隨流場而改變，不應為定值。故採用 Chu and Soong (1997) 所提出紊流流場中各點水平方向之  $Sc$  應接近 1.0（即動量與質量傳輸一致， $(\nu_x)_{i,j} = (E_x)_{i,j}$ ），但垂直方向因密度差異所造成的影響會使垂直方向的  $(Sc)_{i,j}$  與流場中各點的局部理查生數  $(R_i)_{i,j}$  有關，由流場的各局部點之密度與流速變化計算  $(R_i)_{i,j}$  再代入計算紊流流場中各點垂直方向的  $(Sc)_{i,j}$ ：

$$(R_i)_{i,j} = -\frac{g}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial y} \left/ \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \right. \quad (4)$$

$$(Sc)_{i,j} = \frac{(\nu_y)_{i,j}}{(E_y)_{i,j}} = \left[ 1 + 3(R_i)_{i,j} \right]^2 \quad (5)$$

其中： $(R_i)_{i,j}$  為各點的局部理查生數[無因次]； $\rho$  為流體密度[M/L<sup>3</sup>]； $g$  為重力加速度[L/T<sup>2</sup>]； $(E_y)_{i,j}$  為各點局部之紊流擴散係數[L<sup>2</sup>/T]； $(Sc)_{i,j}$  為流體中各點之 Schmidt number [無因次]。

## 3. 控制方程式與數值方法

基於質量與動量守恆、邊界不滑動的條件，假設流體為不可壓縮的黏性流體，僅考慮垂向二維之流動，將部分變數組成具有物理意義的無因次組（如：密差福祿數），並將紊流黏滯係數與紊流擴散係數代入動量方程式與濃度傳輸方程式並進行無因次化可得以下的無因次控制方程式：

$$\frac{\partial \rho^*}{\partial t^*} + \rho^* \left( \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^*}{\partial y^*} \right) + \left( u^* \frac{\partial \rho^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial \rho^*}{\partial y^*} \right) = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial c^*}{\partial t^*} + u^* \frac{\partial c^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial c^*}{\partial y^*} = \frac{\partial}{\partial x^*} \left[ [(v_x^*)_{i,j} + D_m^*] \cdot \left( \frac{\partial c^*}{\partial x^*} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y^*} \left[ [(v_y^*)_{i,j} + D_m^*] \cdot \left( \frac{\partial c^*}{\partial y^*} \right) \right] \quad (9)$$

其中： $P$  為流體之動水壓力 $[M/L^2T^2]$ ； $v_L$  為清水於層流流況的運動黏滯係數 $[L^2/T]$ ； $F_D$  為密差福祿數，

$$F_D = \frac{u_0}{\sqrt{g'_y \cdot D_0}}, \quad g'_y = \frac{\Delta \rho}{\rho} g_y = \frac{\rho - \rho_w}{\rho} g_y, \quad \rho_w \text{ 為}$$

純水密度 $[M/L^3]$ ， $u_0$  為出流平均流速 $[L/T]$ ， $D_0$  為出流孔口開度 $[L]$ ； $D_m$  為分子擴散係數 $[L^2/T]$ ； $c$  為流體之含鹽濃度 $[g/L]$ 。

由無因次控制方程式可知，待解的流場變數為  $u^*$ 、 $v^*$ 、 $c^*$  及  $P^*$  四個參數。於時間上，採 Adams-Bashforth 法進行計算。於空間上，採用 MAC 交錯網格（如圖 5 所示）與二階上風法（2<sup>nd</sup> order upwind method）計算紊流流場，因採二階上風法，故需於邊界外假設兩虛點進行模擬。為避免同時求解計算紊流流場之速度場與壓力項，本研究應用投影法導出壓力項的 Poisson 方程式進行求解，再以求解所得之壓力求解速度場。本研究之總水面因波動極小，

故不需特殊方法進行處理計算，數值模擬之邊界條件如圖 6 所示。

#### 4. 數值模式驗證

##### (1) 異重流頭端濃度分佈與頭端形狀比較

圖 7 與圖 8 分別為入流鹽水濃度 17.17g/L 與 30.61g/L 於三種不同的流量下，於距入口 85cm 處的試驗與數值模擬異重流頭端形狀比較圖（圖中藍色線為數值模擬之等濃度線分佈圖），可發現試驗與數值模擬頭端形狀有一定程度的符合。

##### (2) 異重流頭端平均移動速度

圖 9 為試驗與數值模擬異重流端平均移動速度比較圖，可發現於相同的流量刻度下，入流鹽水濃度增加，即使實際入流量有些微減少的趨勢，但試驗與數值的異重流頭端平均移動速度仍皆有明顯增加的趨勢，且數值與試驗的變化趨勢相當一致，誤差皆在 5% 以下（如表 2 所示）。表示如果入流流量於相同入流刻度時沒有因入流濃度增加而減少，此一速度增加現象將更加明顯。

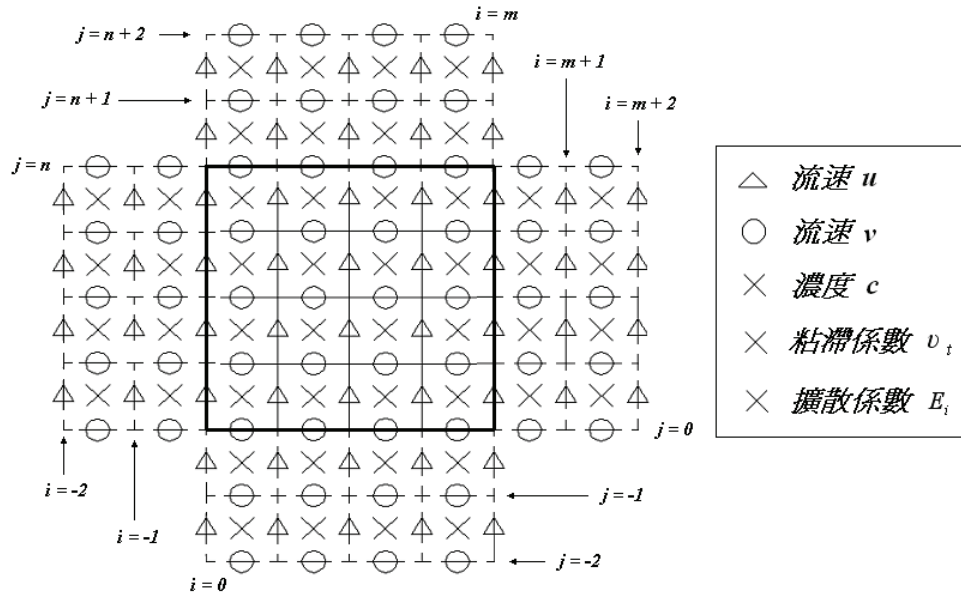


圖 5 MAC 交錯網格示意圖

Fig.5 Diagram of all parameters set on MAC staggered grid (not to scale)

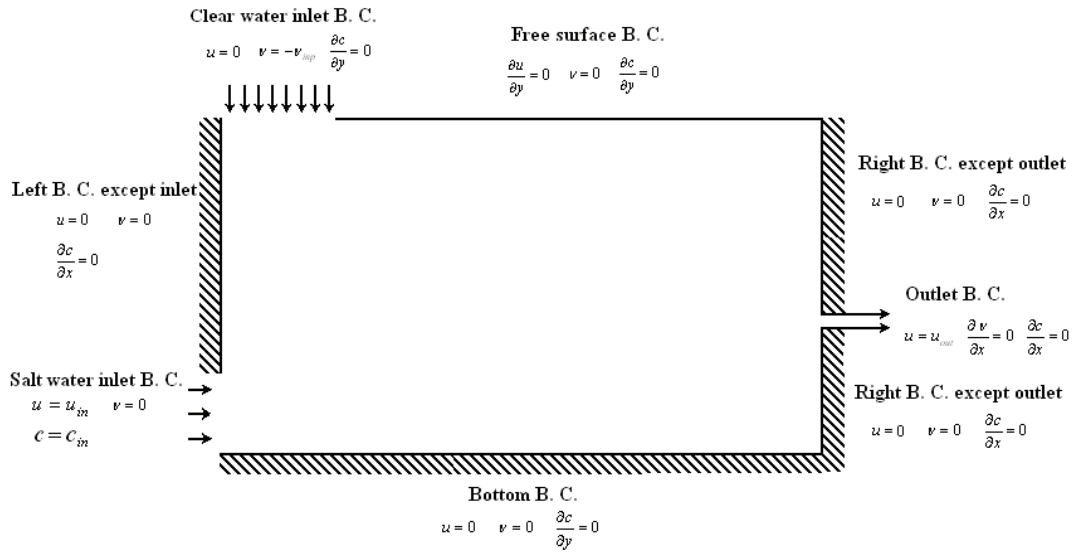


圖 6 數值模擬邊界條件

Fig.6 Boundary conditions of numerical model

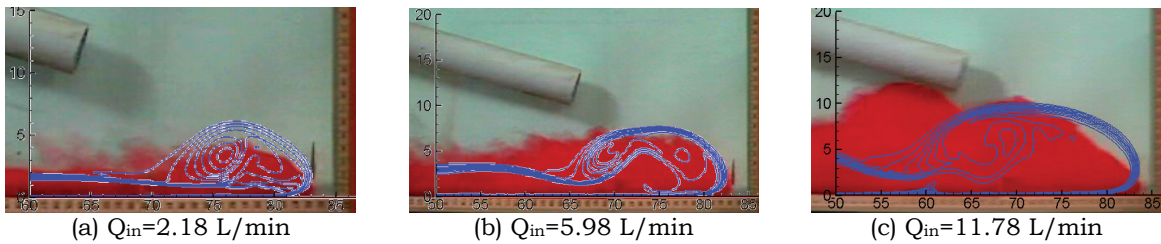


圖 7 入流鹽水濃度 17.17 g/L 不同入流流量之試驗與數值頭端比較 (距入口 85cm 處)

Fig.7 Comparison of the shape of density current head at  $x=85\text{cm}$  between numerical and experimental results by different inflow discharge ( $C_{in}=17.17\text{ g/L}$ )

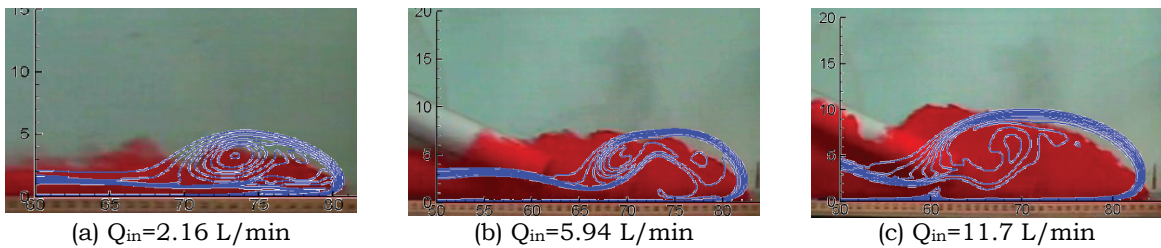


圖 8 入流鹽水濃度 30.61 g/L 不同入流流量之試驗與數值頭端比較 (距入口 85cm 處)

Fig.8 Comparison of the shape of density current head at  $x=85\text{cm}$  between numerical and experimental results by different inflow discharge ( $C_{in}=30.61\text{ g/L}$ )

故由上述數值模擬與試驗結果之異重流頭端形狀大小與平均移動速度比較結果可知，本研究之數值模式於異重流的頭端運移特性上已有一定程度的掌握，

故以此數值模式對異重流頭端附近試驗無法直接進行觀察的局部渦流進行深入討論分析。

表 2 試驗與數值模擬頭端平均移動速度比較表

**Table 2 Comparison of the average moving velocity of the density-current head between experimental data and numerical simulation**

入流濃度 (g/L)	單寬入流流量 (cm <sup>2</sup> /s)	試驗異重流頭端移動 平均速度(cm/sec)	數值異重流頭端移動 平均速度(cm/sec)	相對誤差(%)
11.17	7.29	3.67	3.81	-3.6
	14.71	4.77	4.90	-2.8
	20.01	5.26	5.51	-4.5
	27.52	5.72	5.94	-3.8
	33.64	6.04	6.27	-3.6
17.17	39.39	6.79	6.98	-2.6
	7.26	4.30	4.37	-1.5
	14.66	5.66	5.89	-3.8
	19.94	6.30	6.46	-2.4
	27.44	6.73	6.99	-3.7
23.81	33.54	7.17	7.45	-3.8
	39.27	8.44	8.39	0.6
	7.24	4.78	4.81	-0.5
	14.6	6.30	6.43	-2.0
	19.87	7.01	7.16	-2.1
30.64	27.35	7.59	7.89	-3.9
	33.42	8.06	8.36	-3.6
	39.15	9.25	9.10	1.7
	7.21	5.05	5.08	-0.6
	14.54	6.82	6.89	-0.9
59.26	19.8	7.59	7.94	-4.4
	27.26	8.54	8.37	2.0
	33.3	8.71	9.14	-4.7
	39.02	10.21	9.91	3.0
	7.1	5.88	6.16	-4.4
113.84	14.31	8.46	8.25	2.6
	19.48	9.81	9.44	4.0
	26.88	11.04	10.58	4.3
	32.81	11.61	11.53	0.7
	38.47	12.13	12.08	0.4
229.52	6.88	7.09	7.07	0.3
	13.85	10.22	10.02	1.9
	26.15	13.42	13.04	2.9
	37.44	15.08	14.75	2.2
229.52	6.42	8.17	8.05	1.4
	12.89	12.13	11.85	2.4
	24.61	15.92	15.49	2.7
	35.24	18.35	18.60	-1.3



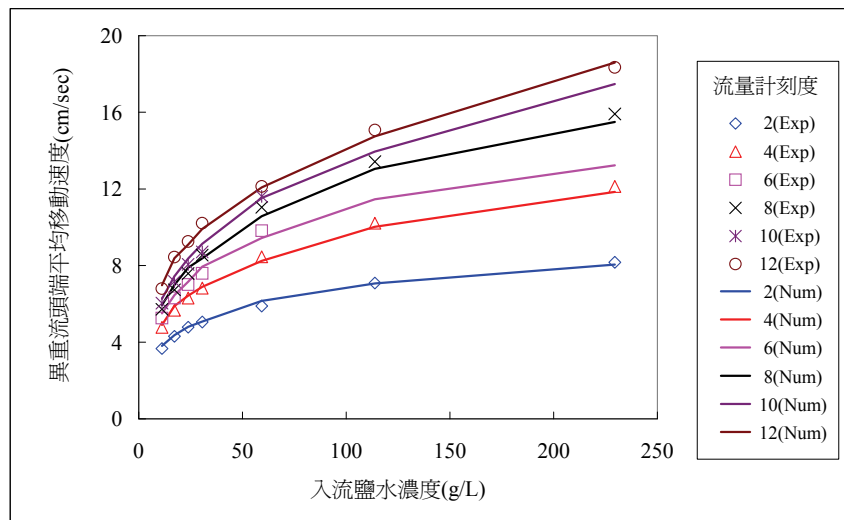


圖 9 不同入流流量與濃度所模擬之鹽水異重流頭端平均速度與試驗之比較

Fig.9 Comparison of the velocity of density current head between numerical and experimental results by different inflow discharge

## 五、結果分析與討論

### 1. 異重流頭端濃度分佈與捲水現象

本研究中鹽水形成異重流後於渠槽底部前進，但於前進過程中，其頭端及清混水交界面會有沿程捲水的現象產生（即有局部環狀渦流將上方清水捲入下層異重流中）。圖 10~圖 12 分別為入流鹽水濃度 17.17g/L 與 30.61g/L 於不同入流量下於渠槽 25cm、85cm 與 170cm 三個位置之數值模擬頭端濃度分佈圖。

由圖 10~圖 12 可發現，頭端後方皆有一濃度較低的區域，此區域乃為頭端捲水所造成的濃度稀釋，以各案例 85cm 處之頭端濃度分佈最為明顯。且異重流頭端於前進過程中經不斷捲水後，其頭端的濃度皆有明顯的減少，且頭端的大小因清水捲入而有明顯的增加（不同位置之垂直方向繪圖尺度不同）。此外，由鼻端下方的濃度分佈可發現，頭端前進時，鼻端以下會壓碾過小部分清水，造成頭端底部貼壁區域的濃度減小。此現象形成的原因為鼻端下方有一局部環狀渦流存在，此局部渦流為異重流前進時對可動底床進行淘刷的主要機制。由於本研究之底床乃無法淘刷之壓克力版，故此渦流對頭端之影響並不明顯，僅能由數模結果中局部清水被捲入造成濃度減少觀察到，未來於探討異重流於動床之流動特性時需深入探討。

### 2. 福祿數與相對水深之關係

由於圖 2 之文獻鹽水密度介於 10g/L~45g/L 之間，故取本研究入流濃度 17.17g/L 與 30.61g/L 之結果進行比較。由圖 2 可知，福祿數 ( $Fr=U/(g'h_4)^{1/2}$ ) 會隨相對水深 ( $h_4/h_1$ ) 的增加而減少。圖 13 為本研究試驗與數值模擬結果與文獻比較之結果。由圖 13 可發現，本研究的試驗與數值模擬結果在文獻資料區間內（相對水深介於 0.05~0.35）的變化趨勢與文獻一致，但於相對水深小於 0.05 時，並無相關文獻可供參考。但由本研究之結果可發現，當相對水深小於 0.05 時，福祿數與相對水深會有一個正相關（一起增加）的變化趨勢，直到相對水深大於 0.05 時才變成轉為負相關（相對水深增加，福祿數減少）的關係。

### 3. 鼻端無因次高度、頭端雷諾數與文獻之比較

由圖 14 可發現，當雷諾數增加時，本研究試驗與數值結果之鼻端無因次高度皆會隨之減小。由此可知，當頭端雷諾數增加時（即異重流入流流量增加時），鼻端高度增加的幅度小於頭端高度增加的高度，故會造成無因次鼻端高度減小。且由圖 14 可發現，於相同的頭端雷諾數下，數值模擬所得之鼻端無因次高度皆會略高於試驗的鼻端無因次高度，於文獻資料與本研究皆有發生相同的情況。

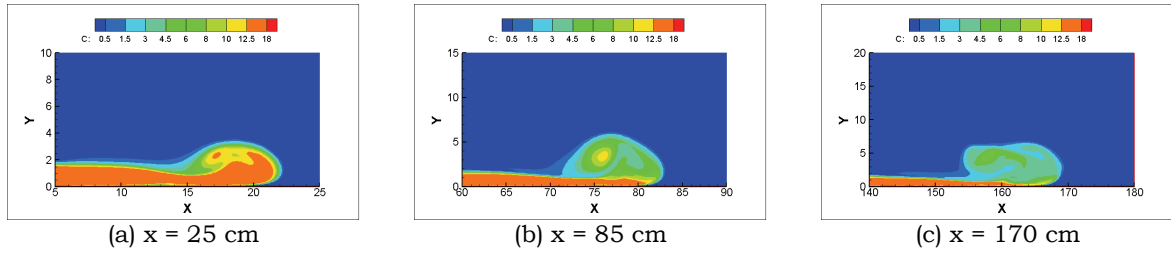


圖 10  $C_{in}=17.17$  g/L,  $Q_{in}=2.18$  L/min 之異重流頭端數值濃度分佈

Fig.10 Concentration distribution of density current head ( $C_{in}=17.17$  g/L,  $Q_{in}=2.18$  L/min)

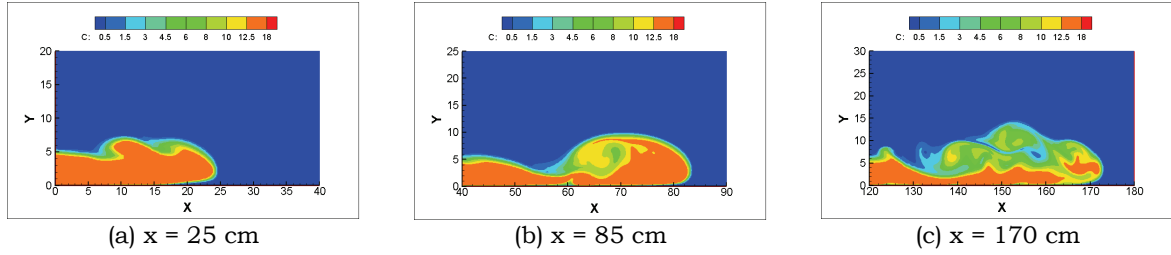


圖 11  $C_{in}=17.17$  g/L,  $Q_{in}=11.78$  L/min 之異重流頭端數值濃度分佈

Fig.11 Concentration distribution of density current head ( $C_{in}=17.17$  g/L,  $Q_{in}=11.78$  L/min)

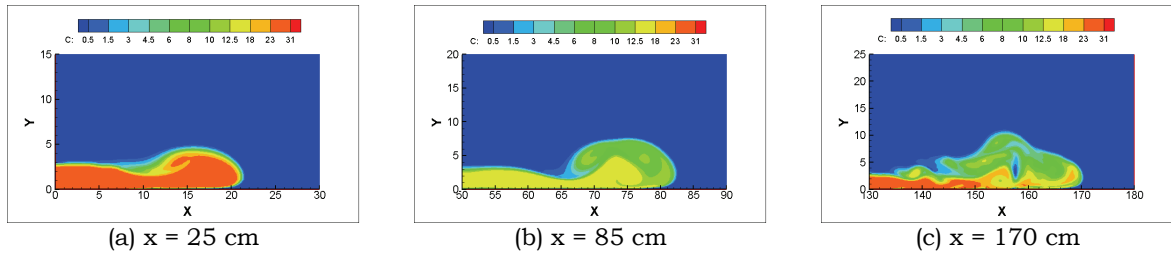


圖 12  $C_{in}=30.61$  g/L,  $Q_{in}=5.94$  L/min 之異重流頭端數值濃度分佈

Fig.12 Concentration distribution of density current head ( $C_{in}=30.61$  g/L,  $Q_{in}=5.94$  L/min)

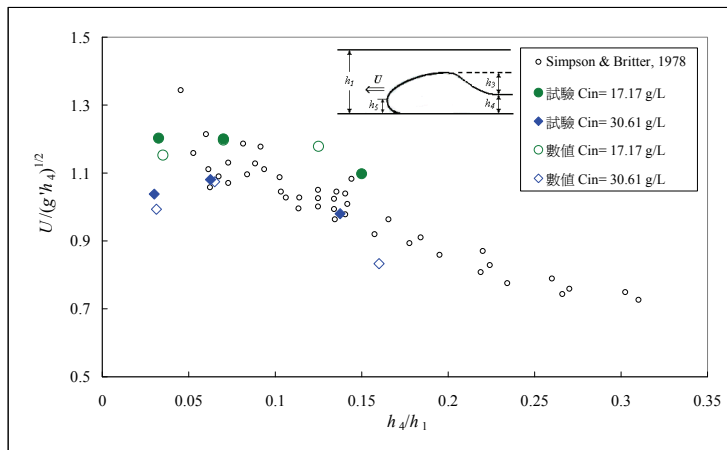


圖 13 福祿數 (Fr) 與相對水深 ( $h_4/h_1$ ) 之關係

Fig.13 Relation between Froude number (Fr) and opposite depth ( $h_4/h_1$ )

#### 4. 異重流頭端速度向量分佈與捲水效應

本研究中鹽水形成異重流後於渠槽底部前進的過程中，頭端及清鹽水交界面有沿程捲水的現象產生（即有局部環狀渦流將上方清水捲入下層異重流中）。由圖 15~圖 17 的速度向量圖（圖中紅色箭頭為速度向量，黑色線為以速度向量繪製之流線，藍色線為圖 15~圖 17 之等濃度分佈線）可明顯發現，異重流頭端上方有一負向流速區域，使異重流頭端上方會有一逆時針方向的環狀渦流存在，此環狀渦流即為造成上層清水被捲入異重流頭端後方之主要原因。入流流量愈大，此環狀渦流所影響的區域也相對愈大（不同位置之垂直方向繪圖尺度不同）。此外，於異重流頭端向前移動時，頭端尚未到達前，頭端前方之水體已有明顯受到異重流頭端擠壓而有向前流速的產生。此外，於圖 16(b)(c)與圖 17(c)於頭端後方皆可發現有明顯的滾浪（billow），此為頭端環狀渦流向後傳遞所造成。

#### 5. 固定座標與移動座標之局部渦流分析

圖 15~圖 17 為傳統以固定座標對異重流頭端之流速分佈進行分析所得之結果。本研究提出以異重流頭端本身之鼻端前進速度為觀察基準的平移速度，即以移動座標觀察異重流頭端之流速分佈與局部渦流特性。若將圖 15~圖 17 之全域流場流速扣除異重流鼻端水平方向前進速度可得圖 18~圖 20 的流線圖（圖中黑色線為以移動座標之速度向量繪製之流線）。將之與圖 10~圖 12 之異重流頭端濃度分佈圖一起套疊繪製可發現，若以移動座標觀察之，則異重流頭端本身會自成一環狀渦流，其環狀渦流大小與頭端大小差不多。表示若無視異重流頭端向前移動的速度，則異重流頭端會自成一環狀渦流流動，其頭端大小是由此自成區域的環狀渦流所決定。但異重流頭端於向前移動的過程中仍有清水被捲入使其頭端後方濃度減小與造成頭端大小增加。

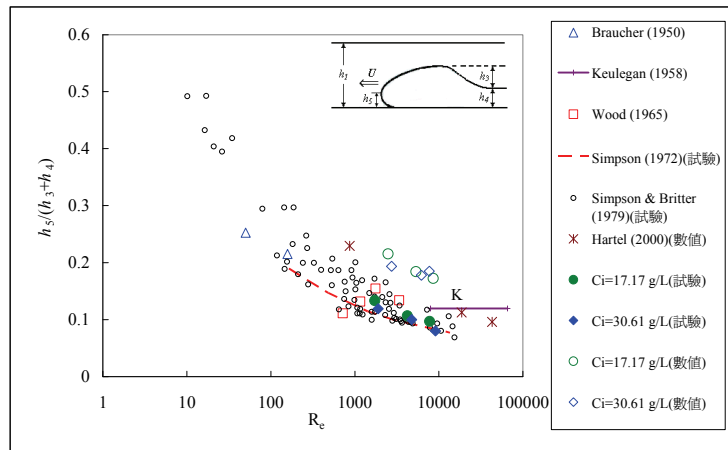


圖 14 本研究試驗與數值所得之結果與文獻比較圖

Fig.14 Comparison between previous studies and the experimental and numerical results of this study

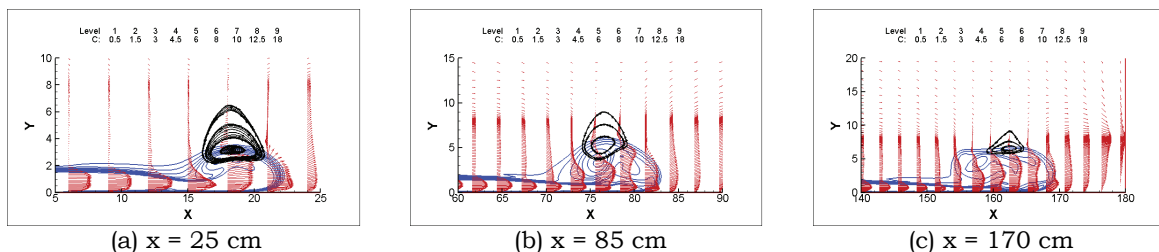


圖 15  $C_{in}=17.17$  g/L,  $Q_{in}=2.18$  L/min 之異重流頭端流速向量圖

Fig.15 Distribution of velocity vector around the density current head ( $C_{in}=17.17$  g/L,  $Q_{in}=2.18$  L/min)

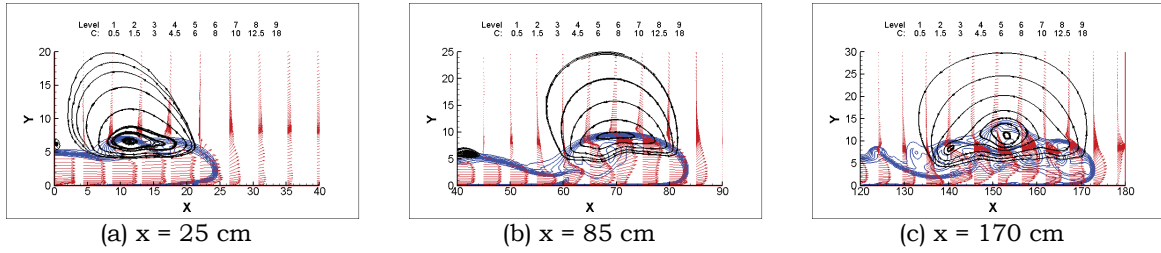


圖 16  $C_{in}=17.17$  g/L,  $Q_{in}=11.78$  L/min 之異重流頭端流速向量圖

Fig.16 Distribution of velocity vector around the density current head ( $C_{in}=17.17$  g/L,  $Q_{in}=11.78$  L/min)

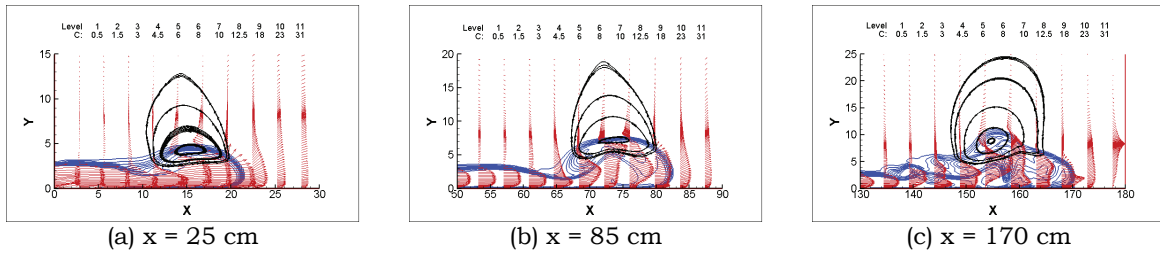


圖 17  $C_{in}=30.61$  g/L,  $Q_{in}=5.94$  L/min 之異重流頭端流速向量圖

Fig.17 Distribution of velocity vector around the density current head ( $C_{in}=30.61$  g/L,  $Q_{in}=5.94$  L/min)

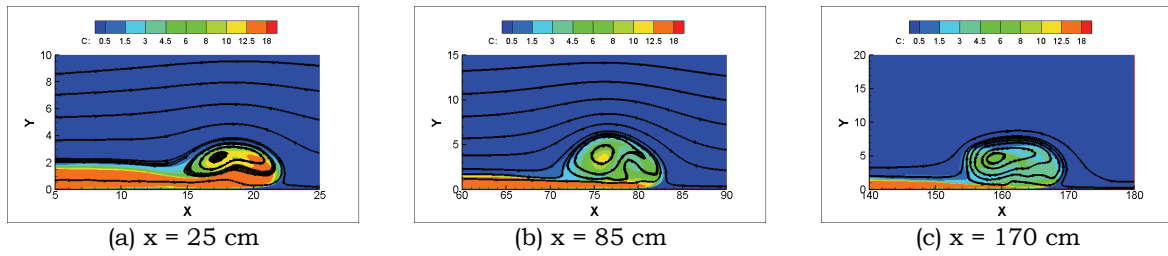


圖 18  $C_{in}=17.17$  g/L,  $Q_{in}=2.18$  L/min 之異重流頭端於移動座標之流線與濃度分佈

Fig.18 Distribution of stream line and concentration around density current head based on moving coordinate ( $C_{in}=17.17$  g/L,  $Q_{in}=2.18$  L/min)

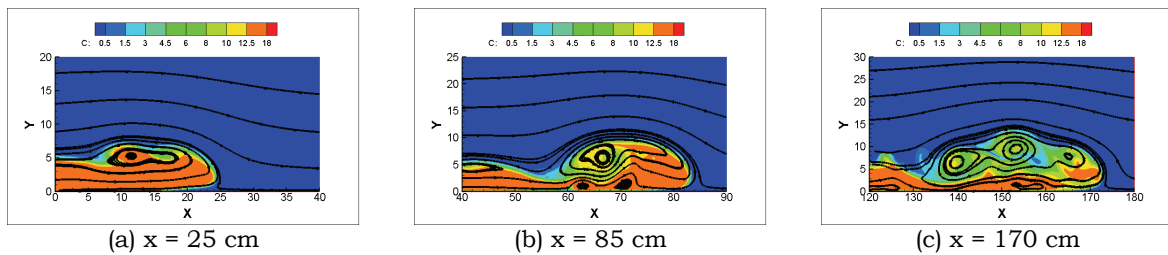


圖 19  $C_{in}=17.17$  g/L,  $Q_{in}=11.78$  L/min 之異重流頭端於移動座標之流線與濃度分佈

Fig.19 Distribution of stream line and concentration around density current head based on moving coordinate ( $C_{in}=17.17$  g/L,  $Q_{in}=11.78$  L/min)

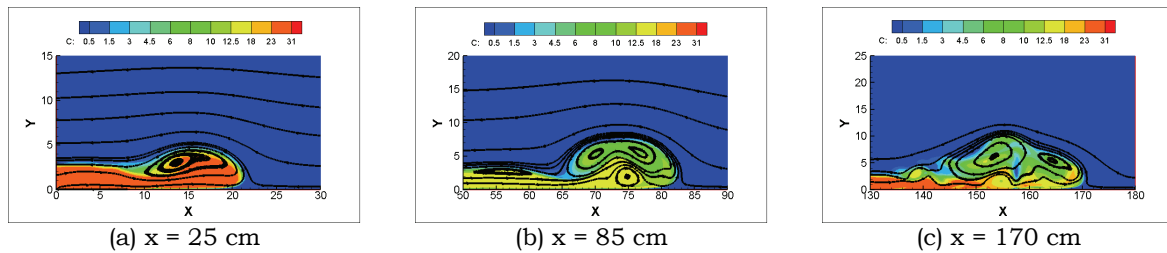


圖 20  $C_{in}=30.61$  g/L,  $Q_{in}=5.94$  L/min 之異重流頭端於移動座標之流線與濃度分佈

Fig.20 Distribution of stream line and concentration around density current head based on moving coordinate ( $C_{in}=30.61$  g/L,  $Q_{in}=5.94$  L/min)

## 六、結 論

本研究之結論為基於本研究之試驗條件下所得，所得之重要結論如下：

1. 由試驗與數值模擬異重流端平均移動速度可發現，相同流量刻度下，入流鹽水濃度增加時，即使實際入流量有些微減少的趨勢，但試驗與數值的異重流頭端平均移動速度仍皆有明顯增加的趨勢，且數值與試驗的變化趨勢相當一致，誤差皆在 5% 以下。如果入流流量於相同入流刻度沒有因入流濃度增加而減少，此一速度增加現象將更加明顯。
2. 由數模頭端濃度分佈可發現，異重流頭端後方有一濃度較低的區域，乃頭端上方逆時針方向渦流捲水所造成的濃度稀釋。異重流頭端於前進過程經不斷捲水後，頭端濃度皆有明顯減少，且頭端大小因清水捲入而有明顯的增加(本文中不同位置之垂直方向繪圖尺度不同)。
3. 由數模模擬結果可發現，頭端前進時鼻端以下會壓碾過小部分清水造成頭端底部貼壁區域濃度減小，此為鼻端下方有一局部環狀渦流存在，此局部渦流於未來於探討異重流於動床之流動特性時需深入探討，於本研究之定床條件下影響不大。
4. 由本研究結果可發現，當相對水深小於 0.05 時，福祿數與相對水深會有一個正相關(一起增加)的變化趨勢，直到相對水深大於 0.05 時才變成轉為負相關(相對水深增加，福祿數減少)的關係。
5. 由傳統固定座標進行觀察，可發現異重流頭端上方有一負向流速區域，使異重流頭端上方會有一逆時針方向的環狀渦流存在，此環狀渦流即為造成上層清水被捲入異重流頭端後方之主要原因。入流流量

愈大，此環狀渦流所影響的區域也相對愈大(不同位置之垂直方向繪圖尺度不同)。

6. 於異重流頭端向前移動時，頭端尚未到達前，頭端前方之水體已有明顯受到異重流頭端擠壓而有向前流速的產生。此外，於部分數值模擬結果頭端後方皆可發現有明顯的滾浪 (billow)，此為頭端環狀渦流向後傳遞所造成。
7. 若以移動座標觀察之，則異重流頭端本身會自成一環狀渦流，其環狀渦流大小與頭端大小差不多。表示若無視異重流頭端向前移動的速度，則異重流頭端會自成一環狀渦流流動，其頭端大小是由此自成區域的環狀渦流所決定。但異重流頭端於向前移動的過程中仍有清水被捲入使其頭端後方濃度減小與造成頭端大小增加。

## 誌 謝

本研究承蒙行政院國家科學委員會經費補助【NSC 89-2211-E-035-017 與 NSC 95-2221-E-035-040-】，以及逢甲大學水利工程與資源保育學系王資閔、黃奕超、黃瀚聖、蘇宏仁與林建文同學的協助試驗進行，在此一並致謝。

## 參考文獻

- 許少華、廖清標、吳銘順(2002)，「以垂直二維濃度變化模式模擬鹽水異重流頭端之運動特性」，中國土木水利工程學刊，14(4)：641-650。
- 許少華、劉建榮、俞維昇(2008)，「選擇性引水發生下層單層流體流出之臨界條件」，中華水土保持學報，39(3)：255-267。
- Altinakar, M. S., W. H. Graf, , and E. J.

- Hopfinger (1996), "Flow structure in turbidity currents. *Journal of Hydraulic Research*," 34(5):713-718
- Alahyari, A.A., and E.K. Longmire, (1996), "The development and structure of a gravity current head. *Experiments in Fluids*," 20:410-416.
- Anwar, H.O. (1980), "Measurements on entrainment through a front," *Second international symposium on stratified flows*, Norway, June 24-27:143-153.
- Bonnecaze, R.T., H.E. Huppert, and J.R. Lister (1993), "Particle-driven gravity currents," *Journal of Fluid Mechanics*, 250:339-369.
- Britter, R.E., and J.E. Simpson, (1978), "Experiments on the dynamics of a gravity current head," *Journal of Fluid Mechanics*, 88(2):223-240.
- Britter, R.E., and P.F. Linden (1978), "The motion of the front of a gravity current traveling down an incline," *Journal of Fluid Mechanics*, 99(3):531-543.
- Chu, C.R. and C.K. Soong (1997), "Numerical simulation of wind-induced entrainment in a stably stratified water basin," *Journal of Hydraulic Research*, 35(1):21-41.
- Deardorff, J.W. (1970), "A numerical study of three dimensional turbulent channel flow at large Reynolds numbers," *Journal of Fluid Mechanics*, 41:453-480.
- Fukushima, Y. (1998), "Numerical simulation of gravity current front," *Journal of Hydraulic Engineering*, 124(6):572-578.
- Garcia, M.H., and J.D. Parsons (1996), "Mixing at the front of gravity currents," *Dynamics of Atmosphere and oceans*, 24:197-205.
- Hallworth, M.A., J.C. Phillips, H.E. Huppert, and S.J. Sparks (1993), "Entrainment in turbulent gravity currents," *Letters to nature*, 362(29):829-831.
- Härtel, C., E. Meiburg, and F. Necker (2000), "Analysis and direct numerical simulation of the flow at a gravity-current head. Part 1. Flow topology and front speed for slip and no-slip boundaries," *Journal of Fluid Mechanics*, 418:189-212.
- Kranenburg, C. (1993), "Gravity-current fronts advancing into horizontal ambient flow," *Journal of Hydraulic Engineering*, 119(3):369-379.
- Keulegan, G.H. (1958), "The notion of saline fronts in still water," *US Natl Bur. Stand. Rep.* 5831.
- Liu, Q., D. Schläpfer, and J. Bühler (1991a), "Motion of dense thermals on incline," *Journal of Hydraulic Engineering*, 117(12):1588-1598.
- Liu, Q., J. Bühler, , and Th. Dracos (1991b), "Experiments on two-dimensional turbid clouds on weak slopes," *Environmental Hydraulics, Lee and Cheung (eds)*:559-564.
- Nakos, J.T. (1994), "The prediction of velocity and temperature profiles in gravity currents for use in chilled water storage tanks," *Journal of Fluids Engineering*, 116:83-90.
- Rottman, J.W., and J.E. Simpson (1983), "Gravity currents produced by instantaneous release of a heavy fluid in a rectangular channel," *Journal of Fluid Mechanics*, 135:95-110.
- Simpson, J.E. (1972), "Effect of the lower boundary on the head of a gravity current," *Journal of Fluid Mechanics*, 53(4):759-768.
- Simpson, J.E., and R.E. Britter (1979), "The dynamics of the head of a gravity current advancing over a horizontal surface," *Journal of Fluid Mechanics*, 94(3):477-495.
- Simpson, J.E., and J.E. Britter (1980), "Experiments on the dynamics of the front of a gravity current," *Second international symposium on stratified flows*, Norway, June 24-27:174-183.
- Simpson, J.E. (1982), "Gravity currents in the laboratory, atmosphere, and ocean," *Annual Review of Fluid Mechanics*, 14:213-234.
- van Kessel, T. and C. Kranenburg (1996), "Gravity current of fluid mud on sloping bed. *Journal of Hydraulic Engineering*," 122(12):710-717.
- Ying, X., J. Akiyama, and M. Ura (1999), "Numerical study of 2-D inclined starting plumes using LES," *Journal of Hydroscience and Hydraulic Engineering*, 17(1):117-129.
- Yu, W.S., S.M. Hsu, and K.L. Fan (2004), "Experiments on selective withdrawal of a

co-directional two-layer flow through a line-sink," *Journal of Hydraulic Engineering*, 130(12):1156-1166.

---

2010年6月18日 收稿

2010年8月2日 修正

2010年9月6日 接受

(本文開放討論至2011年6月30日)