

高嶺土泥漿體流變參數時變性之實驗研究

詹錢登 郭峰豪* 張良亦

摘要 高嶺土泥漿體內細顆粒間由於絮凝作用相互吸引所形成的微結構，在受剪切作用的過程中遭受破壞並降低微結構的強度，因而影響泥漿體的流變特性，使得泥漿體流變參數（如降伏應力及黏滯度）具有明顯的時變特性。本研究在固定高嶺土泥漿體含砂體積濃度為 30% 的條件下，改變不同剪切率以進行流變實驗探討。流變實驗結果顯示高嶺土泥漿體具有明顯的時變性流變特性。根據所量測之剪應力、剪切率及受剪時間資料，本研究並提出具時變性之流變方程式，藉以探討高嶺土泥漿體流變參數之時變特性。結果顯示高嶺土泥漿體之降伏應力會隨著受剪時間增長而遞減，黏滯度則會隨受剪時間及剪切率增加而遞減；而且降伏應力隨受剪時間之遞減速率明顯大於黏滯度之遞減速率。

關鍵詞：高嶺土、流變方程式、流變參數、黏滯度、降伏應力。

An Experimental Study on the Time-dependent Rheological Parameters for Kaolin Slurries

Chyan-Deng Jan Feng-Hao Kuo* Liang-Yi Chang

ABSTRACT The micro-structures formed by the flocculation of fine particles in kaolin slurries break down and decrease in strength after continuous shearing, and then influence their rheological properties, causing the rheological parameters (such as the yield stress and viscosity) to have obvious time-dependent properties. Under the condition of a sediment volume concentration of 30%, this study conducted different rheological experiments by varying different shear-rate settings. The measured results showed the kaolin slurries have obvious time-dependent rheological properties. Based on the measured shear-stress, shear-rate, and shearing time data, this study proposed a time-dependent rheological equation for analyzing the time-dependent properties of the rheological parameters for kaolin slurries. The analyzed result showed the yield stress of kaolin slurries decreases with shearing time, while the viscosity decreases with both the shear rate and shearing time. The decreasing rate of yield stress occurs much faster than that of viscosity.

Key Words: kaolin slurries, rheological equation, rheological parameters, viscosity, yield stress.

一、前言

細泥與水混合所形成之泥漿體的流動現象為土木

工程領域上常見的重要議題之一，如水泥漿體、水庫淤泥、河道淤泥及下水道污泥等等。泥漿體於流動過程中所承受的剪應力和所對應之剪切率關係，將直接

影響其外在的流動行為。因此，在探討泥漿體流動特性之前，需先分析其剪應力和剪切率之關係 (詹錢登, 2000)，即流變關係 (rheological relationship)，或稱之為本構關係 (constitutive relationship)。以往有許多研究成果顯示當細泥漿體之泥砂含量大於一定程度時，泥漿體具有較明顯之降伏應力，其流變特性關係可以賓漢模式 (Bingham model) 來描述 (費祥俊, 1994；余昌益, 1996；詹錢登等, 1997)。然而前述研究大多針對泥漿體已達平衡狀態下之流變特性進行探討，也就是未考慮泥漿體流變關係隨受剪時間之影響。一般而言，泥漿體在持續受剪情況下，其流變參數 (如降伏應力或黏滯係數) 會隨著受剪時間的增長而遞減，最後達到穩定狀態；而當漿體靜置一段時間後，細泥漿體流變參數又會逐漸回復到其起始之值。此種隨時間而變動之流變特性又稱之為觸變 (thixotropy) 特性 (王裕宜等, 2001)；泥漿體觸變特性與泥漿體之成份特性有緊密關係。

為瞭解觸變特性對泥漿體流變關係之影響，以往研究的分析方法大致上可分為兩大類：第一類以絮網結構參數 λ (flocculation parameter) 建構泥漿體觸變性流變模式，並藉由流變實驗量測結果，率定出模式中之相關參數，以描述泥漿體之時變性流變關係，如 Worrall and Tulliani (1964)、韓文亮 (1991)、Toorman (1997) 及 Roussel (2006) 等。大多學者認為絮網結構參數 λ 為剪切率 $\dot{\gamma}$ 及受剪時間 t 之函數，即 $\lambda = \lambda(t, \dot{\gamma})$ ，並藉由建立絮網結構參數與降伏應力及黏滯度之關係，建立起泥漿體的觸變性流變模式，即：

$$\tau = \tau_y(t, \dot{\gamma}) + \mu(t, \dot{\gamma}) \cdot \dot{\gamma} \quad (1)$$

其中， τ_y 為降伏應力； μ 為黏滯度。前人之研究除了絮網結構參數的定義有所不同之外，有些考量降伏應力及黏滯度均會隨著受剪時間而遞減 (Worrall and Tulliani, 1964；Toorman, 1997)；有些則僅有考量降伏應力會隨受剪時間遞減，但黏滯度則不隨受剪時間變化 (韓文亮, 1991；Roussel, 2006)。

觸變特性的第二類分析方法是直接根據不同流變實驗之量測結果，定義相關參數作為評估泥漿體時變性流變關係之影響量。如 Perret *et al.* (1996) 曾進行剪切率先隨受剪時間增加，而後再隨受剪時間遞減之實驗，並以實驗中剪切率增加及遞減時所量測到之剪應力迴圈，稱為遲滯迴圈 (hysteresis loop)，所包含

之面積表示泥漿體受觸變影響的大小。Baudez (2006) 分析比對不同剪切率增加或遞減速率對於遲滯迴圈之影響後，認為遲滯迴圈所包含面積與其剪切率之增加或遞減速率有緊密相關，因而不建議以遲滯迴圈所包含之面積作為泥漿體觸變影響之評估量。Contreras and Davies (2000) 則以泥石流漿體之起始受剪與停止受剪時之降伏應力差值除以起始降伏應力，探討降伏應力受到觸變特性之影響量，但並未探討黏滯度受到觸變性之影響量。

雖然前人已經開始初步探討泥漿體流變參數 (如降伏應力及黏滯度) 之時變影響，我們對泥漿體的觸變特性及其模式的瞭解仍然相當有限，尚需進一步的研究及探討。本文首先說明泥漿體觸變特性之形成原因，然後以高嶺土泥漿體為研究對象，進行不同的流變實驗，藉由不同實驗量測結果分析泥漿體之剪應力、剪切率及受剪時間之變動關係，進而探討降伏應力及黏滯度隨受剪時間之變動情況。

二、觸變特性之成因

1. 泥砂顆粒表面之吸附水

水分子是由兩個氫原子和一個氧原子組成，其原子排列成一等腰三角形，但由於水分子電荷分佈不對稱，故會有正負兩個電極，稱為「偶極性」。在自然界的水與細顆粒之結合形態可區分為化學結合水、吸附水及重力自由水三種，其中化學結合水為存在於黏土礦物結晶構造內部之水分子；重力自由水是指在重力作用下，能在顆粒內部自由移動的水；而吸附水為細顆粒表面因靜電作用而被吸附在顆粒之周圍之水分子。依其吸附的強度和性質，吸附水可區分為「緊吸附水」及「鬆吸附水」，這二種水之狀態能彼此互換 (王裕宜等, 2001)。緊吸附水是指交換性陽離子存在的情況下，由於電荷對水的偶極分子發生直接的作用，而被直接結合在顆粒的表面。緊吸附水的含量往往隨著外部溶液的濃度而改變，又被稱為吸濕水；其移動速度比重力作用下普通水的運動速度慢許多，而且其不能傳遞靜水壓力。鬆吸附水與黏土顆粒的相互作用與緊吸附水不同，此種吸附水能使土體具有典型的黏土性質，特別是使土體具有塑性變型的能力。鬆吸附水的含量與顆粒大小及溶液濃度及化學成分有關，比如：黏土顆粒之水膜較厚，石英和長石則較薄，而水膜之厚薄對細顆粒泥沙的性質與顆粒間的凝聚作用等等有著顯著之影響性，因此當水體所含之離子種類或

濃度不同時，對泥漿體之流變特性則會有極大之差異(錢寧和萬兆惠，1983)。

2. 泥沙顆粒間的絮凝作用

泥沙顆粒越細，重力對它的作用就越微弱，而顆粒間的相互作用則會越重要。當帶有吸附水膜之泥沙顆粒相互靠近時，會形成帶有正電荷之公共吸附水膜，而公共吸附水膜所帶之正電荷與顆粒表面所帶之負電荷互相吸引，進而形成集合體。相鄰泥沙顆粒在一定條件下結合成集合體之作用稱之為『絮凝作用』。絮凝現象在漿體中形成後，受到絮凝作用的泥沙顆粒將失去作為單獨顆粒的特性，取而代之，是以絮凝顆粒整體特性方式呈現，並且還會影響未受到絮凝而單獨存在的泥沙顆粒特性。絮凝之形成和發展，除了與顆粒間之相互作用力(范德華力和雙電層斥力)有關外，並與顆粒濃度、顆粒的布朗運動等等因素有關。顆粒的絮凝不但會影響顆粒和水的性質，也會影響其流變特性，且會改變流動現象和規律，諸如挾沙能力、黏滯性等等。細顆粒泥沙由於絮凝作用會逐漸連結成絮團，而隨著濃度的提高和絮凝的繼續發展，絮團與絮團之間開始發生連接，形成一種鬆散的網狀結構，稱為絮網結構(錢寧和萬兆惠，1983)。

在持續流動情況下，泥漿體的絮網結構隨剪切作用和時間的增加逐漸破壞，因而造成泥漿體之流變參數(降伏應力及黏滯度)亦隨著受剪時間增加而遞減的現象，最後達到穩定狀態；而當泥漿體靜置一段時間後，泥漿體內部所形成之絮網結構又可恢復到原有強度，流變參數又可會回復到起始之值。

三、流變實驗

1. 實驗材料

為瞭解自然界泥漿體之觸變特性，本研究採用自然界中常見的黏土礦物—高嶺土(kaoline)進行流變量測實驗。本實驗所採用的高嶺土粉末之比重 G 約為 2.68，中值粒徑 d_{50} 約為 0.005 mm，粒徑分佈情況如圖 1 所示。高嶺土粉末化學成分如表 1 所示，其酸鹼值(pH 值)約為 6.8 左右，接近中性(偏弱酸)。本文初步測試不同體積濃度的高嶺土泥漿體，發現高嶺土泥漿體在體積濃度 C_{vs} 為 30% 時，其流變關係具有較明顯而穩定的時變特性。因此本研究以體積濃度 C_{vs} 為 30% 之高嶺土泥漿體進行不同剪切率設定之流變實驗。體積濃度 C_{vs} 定義為泥漿體中細顆粒所佔體積與泥

漿體總體積之比值，也就是

$$C_{vs} = \frac{V_s}{V_T} = \frac{V_s}{V_s + V_w} \quad (2)$$

上式中 V_s 為細顆粒所佔之體積； V_w 為水體積； V_s 為泥漿體總體積， $V_T = V_s + V_w$ 。

2. 流變量測儀器

本實驗採用美國 Brookfield 公司所製造的 DV-III 型水平旋轉式流變計及 RV 系列之 RV6 圓盤式轉子(如圖 2 所示)，進行不同的流變特性量測(詹錢登等人，2009)。在流變實驗量測進行前時，先藉由電腦設定不同時間下之轉子轉動速度 N (rpm)；在流變實驗量測時，流變計可以顯現量測所得之扭矩 T (torque) 及表觀黏滯度 μ_a (apparent viscosity)。由於 RV6 轉子特殊之外形設計，其量測儀器沒有直接顯現剪應力 τ 及剪切率 $\dot{\gamma}$ ，因此必須經由下列轉換公式分

表 1 本實驗所採用高嶺土之化學成分

Table 1 Chemical components of kaolin used in experiments herein

化學成分	比例 (%)
SiO ₂	72.1
Al ₂ O ₃	19.57
Fe ₂ O ₃	0.39
CaO	0.80
MgO	0.54
H ₂ O	0.75
其他	5.85
總計	100

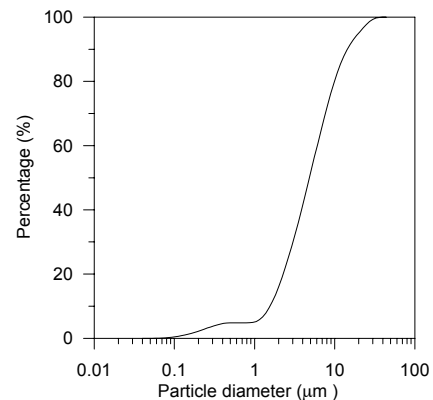


圖 1 本實驗所採用高嶺土之粒徑分佈曲線

Fig.1 Grain size distribution of kaolin used in experiments herein

別計算出所對應之 τ (N/m^2) 及 $\dot{\gamma}$ (1/sec) (Mitschka, 1982) :

$$\tau = k_{aT} \cdot T \tag{3}$$

$$\dot{\gamma} = k_{Nr} N \tag{4}$$

式中 k_{aT} 為剪應力轉換係數, 其大小與轉子的型號有關, 其中 RV6 轉子之剪應力轉換係數 $k_{aT} = 2.35$ 。
 k_{Nr} 為剪切率轉換係數, 其大小除了與轉子的型號有關之外, 也與 $\log(\tau)$ 與 $\log(N)$ 所構成之曲線斜率 n 值有關, 即 $k_{Nr} = k_{Nr}(n)$ 。在計算剪切率 $\dot{\gamma}$ 時, 先以 $\log(\tau)$ 與 $\log(N)$ 之關係圖計算出其曲線斜率 n , 再進一步藉由 n 查表得出 k_{Nr} , 以藉由 (4) 式計算出所對應之剪切率 $\dot{\gamma}$ 。對於 RV6 轉子而言, k_{Nr} 值會隨著 n 值的增加而逐漸減小, 例如 $k_{Nr}(0.1) = 1.366$ 、 $k_{Nr}(0.2) = 0.851$ 、 $k_{Nr}(0.3) = 0.629$ 、 $k_{Nr}(0.4) = 0.503$ 及 $k_{Nr}(0.5) = 0.421$ 。一般情形, n 值介於 0.1 至 0.5 之間。當 n 值給定時, 可由內插推估適當之 k_{Nr} 。

3. 剪切率設定

在固定高嶺土泥漿體含砂體積濃度 $C_{vs} = 30\%$ 之條件下, 本實驗進行固定剪切率、漸增剪切率及迴圈 (先增後減) 剪切率等三種的流變實驗。三種流變實驗之剪切率設定方式詳如表 2 及圖 3、圖 4 及圖 5 所示。固定剪切率實驗是指在實驗過程中設定流變儀的轉子轉速為一固定值, 以量測在持續固定剪切率下泥漿體所承受之扭矩 (或剪應力) 之變化, 其目的為瞭解泥漿體流變關係是否會隨受剪時間而變動。固定剪切率實驗結果以固定剪切率下剪應力與受剪時間之關係曲線呈現, 此一曲線稱為應力鬆弛曲線 (stress relaxation curve)。在固定剪切率實驗方面, 本研究採用 9 種固定轉子轉動速度 N , 分別為 $N = 6、13、19、25、31、38、44、50$ 及 100 rpm。在固定轉子轉動速度 N 條件下, 實驗持續進行約 800 秒, 並紀錄實驗過程中泥漿體在不同時間所承受之扭矩, 然後應用 (3) 式應之剪切率值。本實驗所設定之轉速變化以及不同轉速條件下量測之應力鬆弛曲線, 詳如圖 3 所示。

表 2 本實驗所採用之剪切率設定方式

Table 2 The arrangement of shear rates used in experiments herein

實驗漿體	實驗種類	實驗組數	剪切率設定方式
高嶺土 ($C_{vs} = 30\%$)	固定剪切率	8	6、13、19、25、31、38、44 及 50rpm
	漸增剪切率	2	起始轉速為零, 每 5 秒增加 2 rpm 至轉速為 50rpm 起始轉速為零, 每 10 秒增加 2 rpm 至轉速為 50rpm
	迴圈剪切率	1	起始轉速為零, 每 5 秒增加 2 rpm, 至轉速為 50rpm 之後, 再以每 5 秒遞減 2 rpm 遞減至零

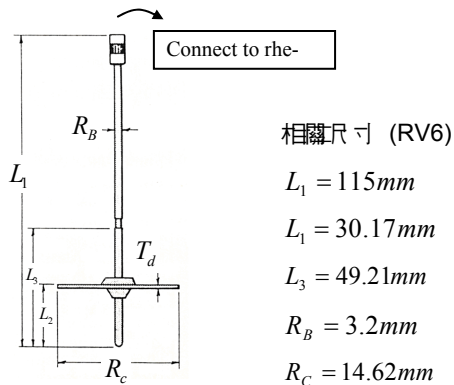


圖 2 Brookfield DV-III 流變計之 RV6 轉子示意圖

Fig.2 Brookfield DV-III rheometry and schematic diagram of RV6 spindle

漸增剪切率實驗是指在實驗過程中設定流變儀的轉子轉速以一定的速率增加，用以量測固定增加剪切率條件下泥漿體所承受之扭矩（或剪應力）的變化，即分析剪應力與剪切率之流變關係曲線，如圖 4 所示。本實驗採用 2 種轉速增加速率 (dN/dt)，分別為 2 rpm/5 sec 及 2 rpm/10 sec，此二種轉速增加速率經 (4) 式轉換後，相當於每秒增加剪切率 0.15 s^{-1} 及 0.09 s^{-1} 。

迴圈剪切率實驗是指在實驗過程中設定流變儀的轉子轉速先以固定增加速率遞增一段時間後，再以另一固定速率遞減一段時間，以量測剪切率先漸增後再漸減過程下，泥漿體所承受之剪應力變化。藉由此種剪切率上昇而後下降之歷程所量測到的剪應力迴圈又稱之為遲滯迴圈。如圖 5 所示，本實驗先設定轉子轉速以每 5 秒遞增 2 rpm，持續 125 秒之後，再以每 5 秒遞減 2 rpm 方式持續遞減，至轉速為零。

四、實驗結果與分析

1. 剪應力-剪切率-受剪時間之三維流變曲面

固定剪切率實驗結果顯示在相同剪切率作用下高嶺土泥漿體剪應力隨受剪時間之增加而減小，最後趨近一平衡狀態（如圖 3 所示）。此現象反應泥漿體在開始流動的初期，因絮網結構尚未受到明顯破壞，因而要使其流動所需之剪應力較大；而在固定剪切率的持續作用下，絮網結構逐漸受到顯著的破壞，因而使漿體流動所需之剪應力則隨之遞減。最後，隨著絮網結構被破壞到一平衡狀態，此時漿體持續流動所需之剪應力也將達到一穩定之情況，此一特性又稱之為應力鬆弛特性 (stress relaxation)(詹錢登等人，2009)。為呈現不同剪應力、剪切率及受剪時間三者之間的關係，本文根據固定剪切率實驗所量測之數據點，以內插方式推求不同剪切率及受剪時間所對應之剪應力值，而後以剪應力為 Y 軸，將所對應之剪切率 (X 軸) 及受剪時間 (Z 軸) 繪製成三維流變曲面，稱為剪應力-剪切率-受剪時間曲面，如圖 6 所示。由圖 7 可看出，高嶺土泥漿體之剪應力不僅會隨著剪切率的增加而增加，而且也同時會隨著受剪時間的增加而逐漸減小。在這個漸變的歷程中，泥漿體剪應力與剪切率之關係也隨受剪時間變動，最後才趨於一較穩定狀態。

2. 漸增剪切率與固定剪切率實驗結果之比較

漸增剪切率實驗結果（如圖 4）可看出高嶺土泥漿

體在剪切率約小於 6 s^{-1} 時，兩種剪切率增加速率所對應剪應力與剪應力之關係沒有顯著的差異，但在剪切率約大於 6 s^{-1} 以上時，剪切率增加速率較快者 (2 rpm/5 sec) 實驗所量測之剪應力值則明顯高於剪切率增加速率較慢者 (2 rpm/10 sec)，其中最大差異約達 8 Pa。由於剪切率增加速率較小者要達到某一特定之剪切率所需要的時間較長（即需較長的受剪時間），因此泥漿體絮網結構破壞較為嚴重，因而使得剪切率增加速率較慢條件所量測出之剪應力較小。

本文首先根據固定剪切率所建立之剪應力-剪切率-受剪時間曲面，以漸增剪切率實驗所設定之剪切率及受剪時間資料為輸入資料，內插出在所對應之剪應力值（如圖 8a 中之 Route A 及 Route B）。最後，以剪應力為 Y 軸，剪切率為 X 軸，將內插推估所得之剪應力及剪切率資料繪製於圖上，並進一步與實際漸增剪切率實驗所量測流變曲線資料進行比對（圖 8b）。圖 8b 顯示高嶺土漿體 2 組漸增剪切率實驗之量測結果均與剪應力-剪切率-受剪時間曲面所得內插計算結果相當接近，兩者之差異約僅 1.5 Pa。

3. 迴圈剪切率與固定剪切率實驗結果之比較

迴圈剪切率實驗量測結果（圖 5）顯示高嶺土漿體之剪應力均隨著剪切率增加而增加，但有遲滯迴圈的現象。在相同剪切率條件下，剪切率上昇段所量測到之剪應力大於剪切率下降段所量測到之剪應力。其原因是起始剪切率增加時（上昇段），泥漿體因受剪時間較短，絮網結構所受到的破壞較小，因而所量測之剪應力較大。在剪切率遞減時（下降段），因其絮網結構已於剪切率增加過程中受到持續破壞，因而在相同剪切率條件下所量測出之剪應力較小。

由固定剪切率實驗結果所建立之剪應力-剪切率-受剪時間曲面，以剪切率及受剪時間曲線 (Route C) 為輸入條件，內插推求所對應之剪應力值。以剪應力為 Y 軸，剪切率為 X 軸，將內插所得之剪應力及剪切率資料繪製於圖上，並進一步與迴圈剪切率實驗所量測到之結果進行比較。圖 9b 顯示迴圈剪切率所量測之剪應力與流變曲面之內插結果相當接近，兩者之差異在 1.5 Pa 以內。

由上述分析可知，固定剪切率實驗結果所建立之剪應力、剪切率及受剪時間三維曲面關係，可有效描述該泥漿體在不同剪切率增加（或遞減）條件下所量測到之時變性流變特性。因此，若能提出方程式描述高嶺土漿體的剪應力-剪切率-受剪時間曲面，則可以藉

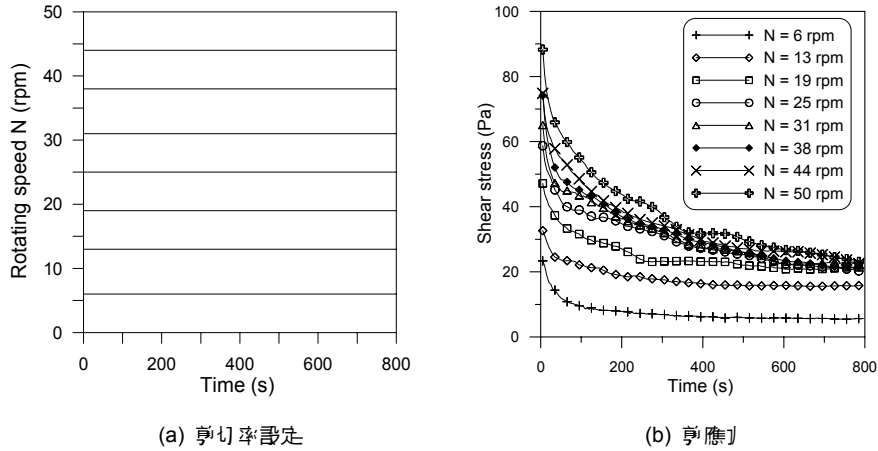


圖 3 固定剪切率實驗之剪切率設定及其對應之剪應力量測結果

Fig.3 Shear rates and their corresponding shear stresses under constant shear-rate experiments

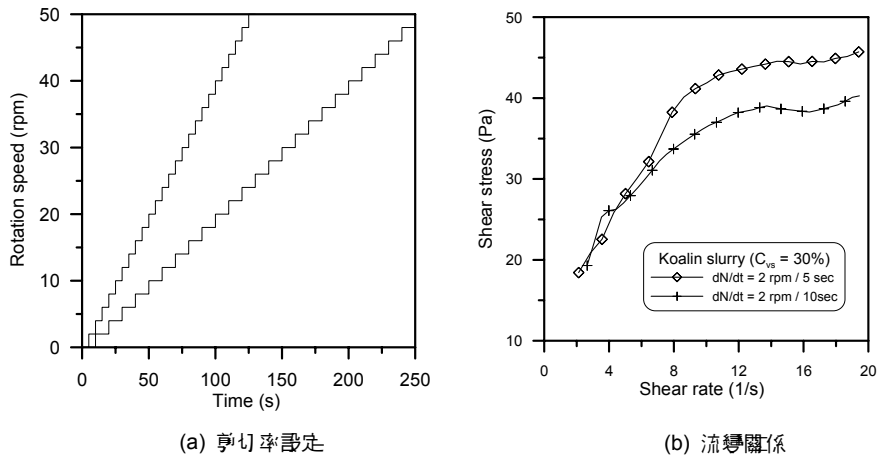


圖 4 漸增剪切率實驗之剪切率設定及其對應之流變關係量測結果

Fig.4 Shear rates and their corresponding rheological relations under increasing shear-rate experiments

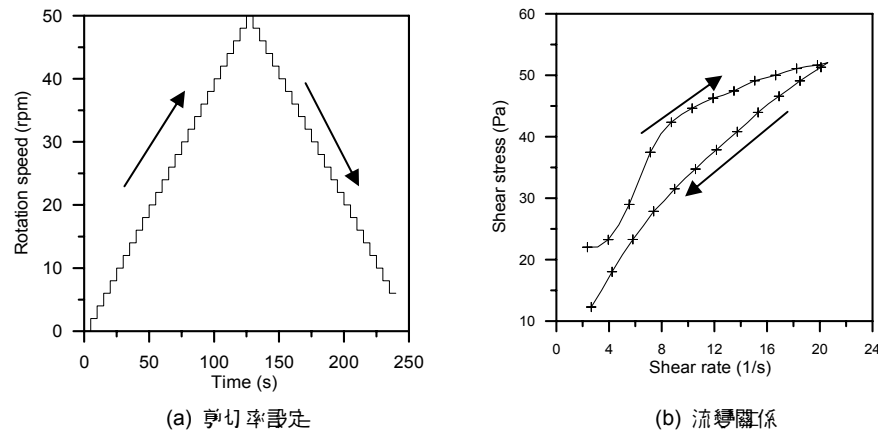


圖 5 迴轉剪切率實驗之剪切率設定及其對應之剪應力量測結果

Fig.5 Shear rates and their corresponding rheological relations under hysteresis loop experiments

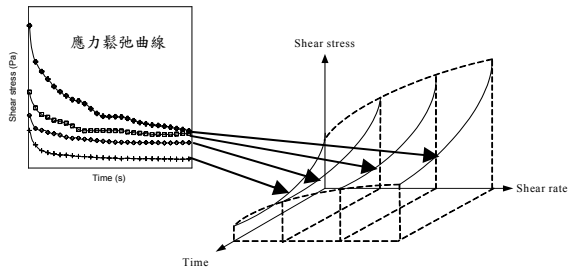


圖 6 應力-剪切率-受剪時間流變曲面繪製示意圖
Fig.6 Schematic diagram of the rheological surface of shear-stress, shear-rate and shearing time

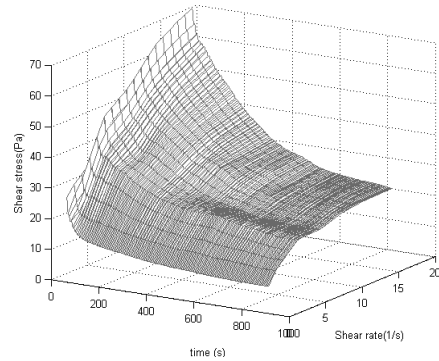
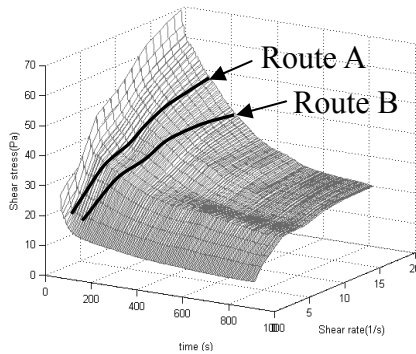
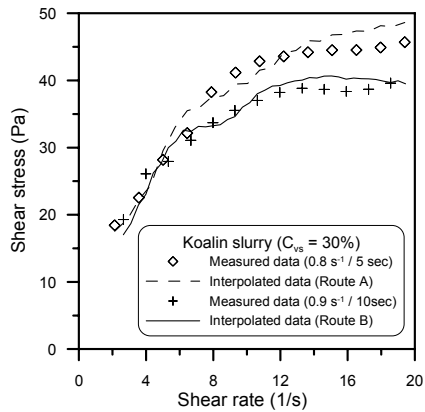


圖 7 高嶺土漿體 ($C_{vs}=30\%$) 之應力-剪切率-受剪時間流變曲面
Fig.7 The rheological surface of kaolin slurry ($C_{vs}=30\%$)



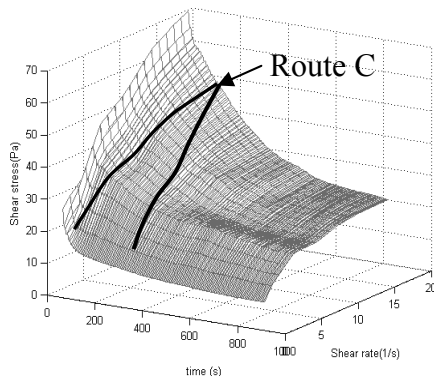
(a) 流變曲面上之剪切率變動路徑



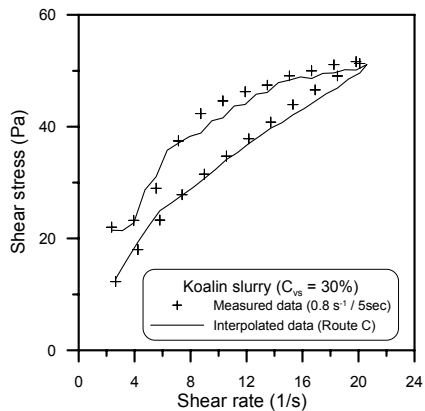
(b) 流變關係比較圖

圖 8 高嶺土漿體流變曲面推估應力與漸增剪切率實驗量測值之比較

Fig.8 Comparison of the shear stresses estimated from the rheological surface and those measured in increasing shear-rate experiments



(a) 流變曲面上之剪切率變動路徑



(b) 流變關係比較圖

圖 9 高嶺土漿體流變曲面推估應力與迴圈剪切率實驗量測值之比較

Fig.9 Comparison of shear stresses estimated from the rheological surface and those measured in hysteresis loop experiments

以瞭解漿體之時變性流變關係，進一步探討流變參數隨受剪時間之遞減特性。

五、時變性流變模式

為探討高嶺土漿體流變參數之時變特性，本文首先藉由高嶺土漿體之剪應力-剪切率-受剪時間曲面資料，擷取出固定受剪時間為 10 秒及 300 秒情況下之剪應力及剪切率資料，其相同受剪時間情況下之流變曲線如圖 10 所示。圖 10 顯示高嶺土泥漿體剪切率極小情況下，仍存在一定的剪應力值；而且剪應力與剪切率之變動關係可以一指數關係描述之。因此以具降伏應力之指數關係描述相同受剪時間下之剪應力與剪切率關係：

$$\tau = \tau_y + [\mu_0(t) \exp(-C_f(t)\dot{\gamma})] \dot{\gamma} \quad (5)$$

上式中 $\tau_y(t)$ 為受剪時間 t 所對應之降伏應力； $\mu_0(t)$ 為受剪時間 t 及剪切率極小時所對應之黏滯度； $C_f(t)$ 為黏滯度隨受剪時間 t 之衰減因子。上式中 $\tau_y(t)$ 、 $\mu_0(t)$ 及黏滯度衰減因子 $C_f(t)$ 均會受剪時間 t 之變動。根據 (5) 式所分析出之最佳參數，高嶺土漿體在受剪時間為 10 秒及 300 秒情況下之剪應力與剪切率關係曲線可分別表示為：

$$\tau = 7.89 + [6.63 \exp(-0.038\dot{\gamma})] \dot{\gamma} \quad \text{for } t = 10s \quad (6a)$$

$$\tau = 2.30 + [4.35 \exp(-0.051\dot{\gamma})] \dot{\gamma} \quad \text{for } t = 300s \quad (6b)$$

上式中 $\tau_y(10) = 7.89 \text{ pa}$ ， $\tau_y(300) = 2.3 \text{ pa}$ ， $\mu_0(10) = 6.63 \text{ pa}\cdot\text{s}$ ， $\mu_0(300) = 4.35 \text{ pa}\cdot\text{s}$ ， $C_f(10) = 0.038$ ， $C_f(300) = 0.051$ 。(6.a) 和 (6.b) 式之推估結果如圖 10 中之實線所示。本文藉由上述方法，應用電腦程式，推求每間隔 5 秒受剪時間之 τ_y 、 μ_0 及 C_f 之最佳化參數。在最佳化參數求解方面，本文採用 HEC-HMS 裡所應用之 Nelder and Mead 最佳化演算法，並以 18 組剪切率 ($\dot{\gamma} = 2s^{-1} \sim 19s^{-1}$) 之剪應力數據的最小標準偏差和為目標函數，即：

$$Err = \text{Min} \sum_{i=1}^n \sqrt{\frac{(x_i - \tau_i)^2}{n-1}} \quad (7)$$

上式中 τ_i 為第 i 組剪切率之剪應力實測值， x_i 為所計算出之剪應力值。本文根據上述最佳化結果，建立

τ_y 、 μ_0 及係數 C_f 等 3 個參數與受剪時間 t 之關係，如表 3 所示。在降伏應力 τ_y 方面，分析結果顯示高嶺土漿體之降伏應力會隨受剪時間而快速遞減，而後趨近並維持一穩定狀態下之降伏應力值，如圖 11 所示。根據降伏應力隨受剪時間之變動情況，本文以下式描述降伏應力之時變關係：

$$\tau_y(t) = \tau_{yB} + \Delta\tau_{yf} \exp(-at) \quad (8a)$$

其中 τ_{yB} 為受剪時間極長時，其流變特性已達平衡之降伏應力； $\Delta\tau_{yf}$ 為起始受剪時之降伏應力與達平衡時之降伏應力 τ_{yB} 差值；係數 a 則為降伏應力遞減參數。本文所分析出之 $\tau_{yB} = 2.84 \text{ Pa}$ ； $\Delta\tau_{yf} = 21.73 \text{ Pa}$ ； $a = 0.10$ ，模擬結果如圖 11 之實線所示，因此：

$$\tau_y(t) = 2.84 + 21.73 \exp(-0.1t) \quad (8b)$$

同理，黏滯度與受剪時間之關係 (圖 12) 可以表示為：

$$\mu_0(t) = \mu_B + \Delta\mu_{0f} \exp(-bt) \quad (9a)$$

其中 μ_B 為受剪時間極長時，流變關係已達平衡之黏滯度； $\Delta\mu_{0f}$ 為起始受剪時的黏滯度與達平衡時黏滯度 μ_B 之差值；係數 b 為黏滯度遞減參數。就本文實驗資料所分析出之 $\mu_B = 2.4 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ ； $\Delta\mu_{0f} = 3.56 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ ； $b = 0.002$ ，即

$$\mu_0(t) = 2.4 + 3.56 \exp(-0.002t) \quad (9b)$$

此外，黏滯度衰減因子 $C_f(t)$ 隨受剪時間之增長而增加，如圖 13 所示。本文以幕次關係描述其與受剪時間之關係 (圖 13)，即：

$$C_f(t) = At^m \quad (10)$$

其中 A 為係數； m 為受剪時間之次方項。依本文實驗結果分析出之 $A = 0.016$ ； $m = 0.204$ 。

根據上述分析結果，剪應力、剪切率及受剪時間之時變性流變關係式如下：

$$\tau = \tau_y(t) + \mu(t, \dot{\gamma}) \dot{\gamma} = \tau_{yB} + \tau_{yf} \exp(-at) + [\mu_B + \mu_{0f} \exp(-bt)] \exp(-At^m \dot{\gamma}) \dot{\gamma} \quad (11)$$

右邊第一項為與受剪時間無關之降伏應力，第二項為受到受剪時間影響之降伏應力，第三項為隨剪切率變化之剪應力，第三項之係數同時包含受剪時間及剪

切率之影響。

圖 14 為高嶺土漿體實驗結果之量測結果與時變性流變關係經驗式 (11 式) 計算結果之比較, 由圖 14 中可看出, 受剪時間 $t=5$ s 時, 實驗結果與所提方程式推估結果略有差異, 其可能原因為起始量測時之剪應力值之遞減幅度較大, 而且資料點數較少, 因而在尋求最佳解時, 在起始量測時的資料模擬上會出現些微差異。然整體而言, 方程式之模擬結果與量測結果相當接近, 顯示本文所提出之方程式可有效描述高嶺土漿體的剪應力、剪切率及受剪時間之關係。

為進一步比對高嶺土漿體降伏應力與黏滯度隨受剪時間遞減特性的差異, 本文根據所建立之方程式及其流變參數, 分別定義無因次降伏應力 τ^* 及無因次黏滯度 μ^* 如下:

$$\tau^* = \frac{\tau_{yb} + \tau_{yf} \exp(-at)}{\tau_{yb} + \tau_{yf}} \quad (12)$$

$$\mu^* = \frac{\mu_B + \mu_{0f} \exp(-bt) \exp(-At^m \dot{\gamma})}{\mu_B + \mu_{0f}} \quad (13)$$

本文計算無因次降伏應力 τ^* 以及剪切率 $\dot{\gamma} = 20s^{-1}$ 條件下之無因次黏滯度 μ^* 隨受剪時間之衰減情況, 詳如圖 15 所示。圖 15 顯示 τ^* 隨受剪時間之衰減速度極快, 在受剪時間 100 秒之前便已趨於平衡狀態。無因次黏滯度 μ^* 隨受剪時間之衰減速度則遠比 τ^* 的衰減速率緩慢。因而推論以往部份研究者 (韓文亮, 1991; Roussel, 2006) 可能因此忽略泥漿體黏滯度隨受剪時間之衰減特性, 僅考量降伏應力之衰減特性。此外, 王裕宜等人 (2001) 曾認為於低剪切率情況下, 泥漿體剪應力快速遞減之可能原因為剪切初期泥漿體內細顆粒間結構出現變形和破壞, 使得細顆粒間之超額孔隙壓力快速增加, 因而造成土體內抗剪強度的迅速降低; 在高剪切率條件下, 泥漿體剪應力遞減之可能發生原因為泥漿體持續受剪後, 顆粒間的鬆吸水持續擾動後, 逐漸被釋放成自由重力水, 因而導致剪應力緩慢遞減的情況。本文研究成果與王裕宜等人 (2001) 之研究成果相似。

六、結 論

本文使用高嶺土漿體 ($C_{vs}=30\%$) 為實驗材料, 進行一系列固定剪切率、漸增剪切率以及迴圈剪切率 (剪切率先增加而後減少) 之流變實驗, 以探討其流變參數

之時變特性, 實驗結果說明如下:

1. 本文根據高嶺土漿體 ($C_{vs}=30\%$) 不同流變實驗之量測資料, 建立剪應力、剪切率及受剪時間三維曲面關係。此一曲面可有效描述該泥漿體在不同剪切率增加 (或遞減) 條件下所量測到之時變性流變特性。本文並藉由所量測之剪應力、剪切率及受剪時間, 提出一時變性流變關係經驗式, 用以描述高嶺土泥漿體流變參數隨受剪時間之遞減特性。
2. 本文根據所提出之時變性流變關係式分析高嶺土泥漿體流變參數 (降伏應力及黏滯度) 隨受剪時間之變動特性, 結果顯示其黏滯度會隨受剪時間增長以及剪切率變大而遞減; 降伏應力則隨受剪時間增長而快速衰減, 而後趨近並維持在一穩定之降伏應力值, 而且高嶺土泥漿體降伏應力隨受剪時間的衰減速率遠比黏滯度之衰減速度快速。

誌 謝

本研究工作承蒙國科會計畫 (NSC96-2625-Z-006-001-MY3) 的經費補助, 本文第二作者承蒙國科會博士後研究補助 (NSC 100-2811-M-006-018), 特此致謝。

表 3 不同剪切時間下推估所得之高嶺土最佳化流變參數值

Table 3 The optimized rheological parameters of kaolin at different shearing time

Shearing time (s)	τ_y (Pa)	μ_0 (Pa.s)	C_f
5	16.31	3.94	0.0183
10	7.89	6.63	0.0376
15	7.73	5.58	0.0330
20	4.17	6.74	0.0397
25	6.76	5.18	0.0307
50	3.06	6.06	0.0391
100	3.73	5.16	0.0373
200	2.40	4.91	0.0463
300	2.30	4.35	0.0513
400	2.46	3.98	0.0576
500	3.52	3.53	0.0602
600	2.65	3.53	0.0661
700	2.82	3.15	0.0614
800	2.42	3.14	0.0609

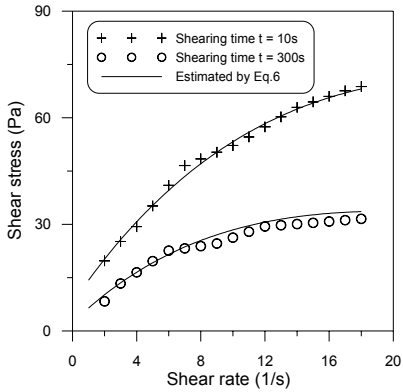


圖 10 受剪時間 $t = 10$ 秒及 300 秒之流變曲線比較
Fig.10 Comparison of rheological curves at shearing time $t = 10$ s and 300s

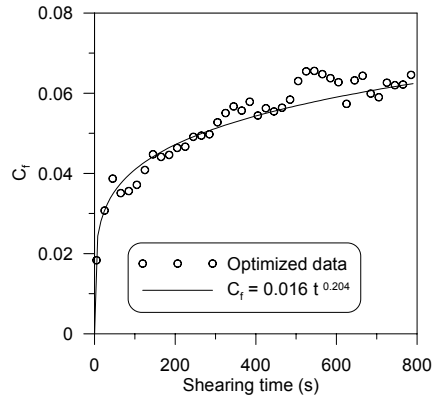


圖 13 高嶺土漿體 ($C_{vs}=30\%$) 之黏滯度衰減因子 C_f 與受剪時間之關係
Fig.13 The relation of the C_f factor and the shearing time for kaolin slurry ($C_{vs}=30\%$)

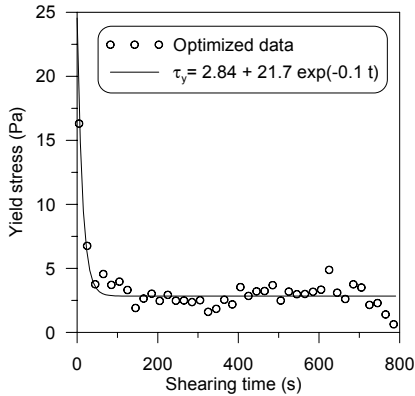


圖 11 高嶺土漿體 ($C_{vs}=30\%$) 之降伏應力 τ_y 與受剪時間之關係
Fig.11 The relation of the yield stress and the shearing time for kaolin slurry ($C_{vs}=30\%$)

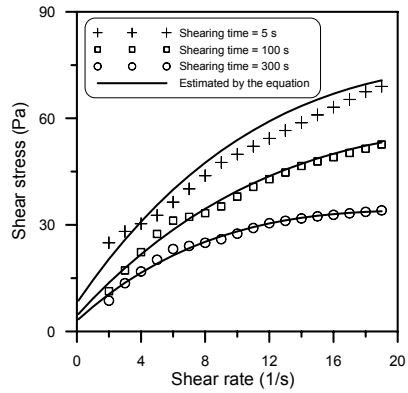


圖 14 實驗量測結果與本文所提出方程式推估結果比較圖
Fig.14 Comparisons of the measured results and the estimated results by the equation proposed herein

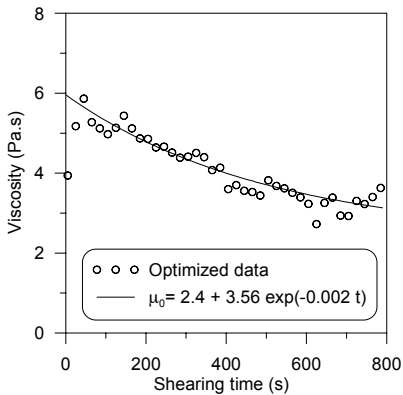


圖 12 高嶺土漿體 ($C_{vs}=30\%$) 之黏滯度 $\mu_0(t)$ 與受剪時間之關係
Fig.12 The relation of the viscosity and the shearing time for kaolin slurry ($C_{vs}=30\%$)

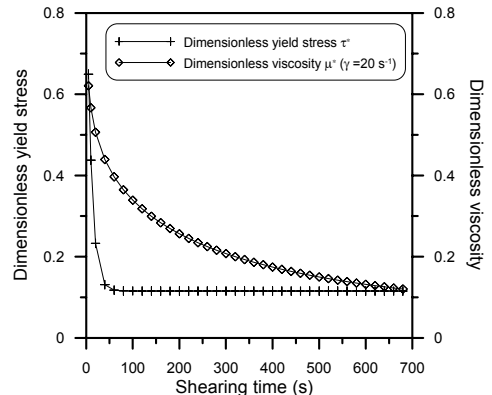


圖 15 無因次降伏應力與無因次黏滯度遞減特性之比較
Fig.15 Comparison for the decreasing rates of dimensionless yield stress and dimensionless viscosity

參考文獻

1. 王裕宜、詹錢登、嚴璧玉 (2001), 「泥石流流體結構和流變特性」, 湖南科學技術出版社。(Wang, Y. Y., Jan, C. D. and Yan, B. Y. (2001). *Debris flow structure and rheology*, Hunan Science & Technology Press. (in Chinese))
2. 余昌益 (1996), 「高含砂水流流變參數之研究」, 國立成功大學水利及海洋工程研究所碩士論文。(Yu, C. Y. (1996). *An Experimental Study on Rheological Parameters of Hyperconcentrated Flow*, Master thesis, National Cheng Kung University, R.O.C. (in Chinese))
3. 詹錢登、余昌益、吳雲瑞 (1997), 「含砂濃度對含砂水體流變參數的影響之初步研究」, 第一屆土石流研討會論文集, 台灣, 179-190。(Jan, C. D., Yu, C. Y. and Wu, Y. R. (1997). "Preliminary study of the influence of sediment concentration on the Rheological Parameters of flow," *Proceedings of the first debris flow conference*, Taiwan, 179-190. (in Chinese))
4. 詹錢登 (2000), 「土石流概論」, 科技圖書股份有限公司, 台灣。(Jan, C. D. (2000). *Introduction to debris flow*, Scientific & Technical Publishing Co., Ltd., Taiwan. (in Chinese))
5. 詹錢登、張雅雯、郭峰豪、羅偉誠 (2009), 「固體顆粒對賓漢流體流變參數之影響」, 中華水土保持學報, 40(1), 95-104。(Jan, C. D., Chang, Y. W., Kuo, F. H. and Lo, W. C. (2009). "Effects of Solid Particles on the Rheological Parameters of Bingham Fluid," *Journal of Chinese Soil and Water Conservation*, 40(1), 95-104. (in Chinese))
6. 詹錢登、郭峰豪、郭啟文 (2009), 「泥漿體應力鬆弛特性之實驗研究」, 農業工程學報, 55(3), 65-74。(Jan, C. D., Kuo, F. H. and Kuo, C. W. (2009). "Experimental Study on the Characteristics of Stress Relaxation of Mud Slurries," *Journal of Taiwan Agricultural Engineering*, 55(3), 65-74. (in Chinese))
7. 韓文亮 (1991), 「細顆粒漿體的應力鬆弛模型」, 泥砂研究, 3, 87-92。(Han, W. L. (1991). "Stress relaxation model of fine slurry," *Journal of Sediment Research*, 3, 87-92. (in Chinese))
8. 錢寧、萬兆惠 (1983), 「泥砂運動力學」, 科學出版社, 北京。(Qian, N. and Wan, Z. H. (1983). *Mechanics of sedimentation movement*, Science Press, Beijing, China, ISBN:9787030112606. (in Chinese)).
9. 費祥俊 (1994), 「漿體與粒狀物料輸送水力學」, 清華大學出版社, 中國。(Fei, X. J. (1994). *Hydraulics of slurry and granular materials transport*, Tsinghua University Press, China, ISBN: 7-302-01384-5/TV21. (in Chinese))
10. Baudez, J. C. (2006). "About peak and loop in sludge rheograms," *Journal of Environmental Management*, 78(3), 232-239.
11. Contreras, S. M. and Davies, T. R. H. (2000). "Coarse-grained debris-flows: Hysteresis and time-dependent rheology," *Journal of Hydraulic Engineering*, 126(12), 938-941.
12. Mitschka, P. (1982). "Simple conversion of Brookfield RVT readings into viscosity functions," *Rheologica Acta*, 21(2), 207-209.
13. Perret, D., Locat, J. and Martignoni, P. (1996). "Thixotropic behavior during shear of a fine-grained mud from Eastern Canada," *Engineering Geology*, 43(1), 31-44.
14. Roussel, N. (2006). "A thixotropy model for fresh fluid concretes: Theory, validation and applications," *Cement and Concrete Research*, 36(10), 1797-1806.
15. Toorman, E. A. (1997). "Modeling the thixotropic behavior of dense cohesive sediment suspensions," *Rheologica Acta*, 36(1), 56-65.
16. Worrall, W. E. and Tuliani, S. (1964). "Viscosity changes during the ageing of clay-water suspensions," *Transactions British Ceramic Society*, 63, 167-185.

2011年03月14日 收稿

2011年06月16日 修正

2011年07月25日 接受

(本文開放討論至2012年3月31日)

