

# 泥沙漿體屈服應力與坍落度及坍流度關係之研究

李丹<sup>[1]</sup> 王志賢<sup>[2]</sup> 詹錢登<sup>[1]\*</sup>

**摘要** 本研究以純剪力流理論來分析塑性流體的坍流特性，以 Roussel and Coussot (2005) 的單層理論及 Pierre et al. (2013) 的雙層理論為基礎，將他們平截圓柱試驗桶坍流理論擴展至平截圓錐試驗桶坍流理論，並將結果均以無因次方式表達，使其適用於不同大小及形狀之平截圓錐試驗桶的坍流試驗。理論分析結果顯示在無因次屈服應力小於 0.15 時，單層及雙層理論的結果趨於相同。理論分析與泥沙漿體的坍流試驗結果進行比較，泥沙漿體具有高坍流性，其坍流特性與理論分析結果大致相同。

**關鍵詞：** 泥沙漿體、坍流試驗、坍落度、坍流度、屈服應力

## Relationship Among Yield Stress, Slump, and Slump Flow of Sediment Slurries

Litan Dey<sup>[1]</sup> Ji-Shang Wang<sup>[2]</sup> Chyan-Deng Jan<sup>[1]\*</sup>

**ABSTRACT** This study analyzed the slump flow of a plastic fluid from the perspective of pure shear-flow theory by using the single- and double-layer models, respectively. A generalized theory for slump flow testing using a truncated cone was developed, overcoming the limitations of using cylindrical frustums. The theoretical results are presented in dimensionless form so that tests can be performed using different sizes of truncated cone. The results obtained using the single- and double-layer models were the same when the dimensionless yield stress was less than 0.15. We also compared the theoretical results with experiments of sediment slurries. Sediment slurries had high slump flow, and their slump flow characteristics were consistent with the theoretical results.

**Key Words:** Sediment Slurry, Slump Flow Test, Slump, Slump Flow, Yield Stress.

### 一、前言

坍度試驗 (Slump test) 或坍流試驗 (Slump-flow test) 是營建工程施工常見的試驗，用以量測新混凝土 (Fresh concrete) 的坍落度 (Slump) 或是坍流度 (Slump flow)，然後藉此量測得到的參數來判斷新混凝土施工的工作性 (Workability) (Murata, 1984; 胡小芳&蘇志學, 2006; 鄒初首&夏勇, 2006; Tregger et al., 2012)。施工的工作性是指混凝土拌合物易於施工操作 (例如攪拌、運輸、澆築與振搗)，並能獲得均勻密實的混凝土性能。坍度(或坍流)試驗需要一個坍落試驗桶，在施工现场常見的標準混凝土坍落度試驗桶是一個頂端開口直徑 ( $d_0$ ) 為 100 mm、底端開口直徑 ( $D_0$ ) 為 200 mm、桶高 ( $H_0$ ) 為 300 mm 的平截圓錐桶狀試驗桶 (Truncated cone)，如圖 1 所示。標準試驗桶內的容積 $V$ 約為 5.5 公升。美國試驗與材料協會 (ASTM, American Society for Testing and Materials) 的 ASCM C143 標準試驗桶的尺寸為 $d_0 = 4$  inch、 $D_0 = 8$  inch 及 $H_0 = 12$  inch，允許誤差為 1/8 inch，此英制試驗桶的尺寸與上述公制試驗桶的尺寸相近。

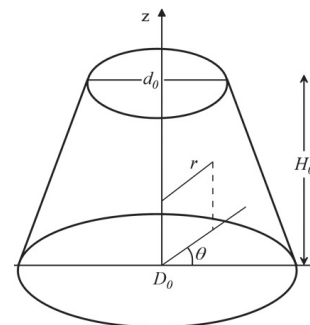


圖 1 平截圓錐試驗桶及圓柱座標

Fig.1 Truncated cone for slump-test and cylindrical coordinate

進行試驗時，將混凝土分三次填裝灌入試驗桶，每次填裝后用搗棍沿桶壁均勻由外向內擊 25 下搗實，填裝滿後抹平，然後垂直拔起桶，混凝土因自重產生塌落現象，用桶高減去塌落後混凝土頂部高度 ( $H_f$ )，稱為坍落度  $S (= H_0 - H_f)$ ；如果差值為 80 mm，則表示坍落度  $S = 80$ 。坍落度大小可作為試體的流動指標，當坍落度較大時，表示試體的黏稠性較低，流動性較好；當坍落度較小時，表示試體的黏稠

[1] 國立成功大學水利及海洋工程學系

Department of Hydraulic and Ocean Engineering, National Cheng Kung University, Tainan, Taiwan, R.O.C.

[2] 國立成功大學水土保持生態工程研究中心

Ecological Soil and Water Conservation Research Center, National Cheng Kung University, Tainan, Taiwan, R.O.C.

\*Corresponding Author. E-mail: cdjan@ncku.edu.tw

性較大，流動性較差。根據坍落度的不同，可將混凝土拌合物區分為五大類：低塑性混凝土（坍落度介於 10 至 40 之間）、塑性混凝土（坍落度介於 40 至 90 之間）、塑性混凝土（坍落度介於 40 至 90 之間）、流動性混凝土（坍落度介於 90 至 150 之間）及高流動性混凝土（坍落度  $\geq 150$ ）。當坍落度過大（例如大於 220），坍落度不能有效反映試體的流動性，此時可用試體坍落擴展後的平均直徑 $D_f$ （坍流直徑），即坍流度，作為試體的流動性指標。

坍度（坍流）試驗是個簡單操作又經濟便宜的試驗，試驗結果可以反映出試體的塑性流變特徵，因此除了用在混凝土的測試之外，漸漸地也被用來測試其他流體或混合體的流變特徵（Pashias et al., 1996; Roussel and Coussot, 2005）。由於原先用於混凝土坍度（或坍流）試驗所使用的標準坍落試驗桶的尺寸較大，每次試驗需要試體體積約 5.5 公升。當坍落試驗在實驗室用於其他材料的試驗時，為了減少試體的準備量，進行試驗時常使用較小的試驗桶，稱為小型試驗桶（Mini-Slump cone）。

例如，美國試驗與材料協會的 ASTM C230 試驗桶的尺寸為 $d_0 = 70 \text{ mm}$ 、 $D_0 = 100 \text{ mm}$ 、 $H_0 = 50 \text{ mm}$ （容積 $V = 0.267$  公升）；歐洲專業建築化學品和混凝土系統聯合會（EFNARC, European federation of specialist construction chemicals and concrete systems）建議的分析混凝土坍流特性的試驗桶尺寸為 $d_0 = 70 \text{ mm}$ 、 $D_0 = 100 \text{ mm}$ 、 $H_0 = 60 \text{ mm}$ （容積 $V = 0.344$  公升），它與 ASTM C230 試驗桶的差別主要是桶高多 10 mm（Sakir et al., 2020）。Bouvet et al. (2010) 使用小型試驗桶（ $d_0 = 70 \text{ mm}$ 、 $D_0 = 80 \text{ mm}$ 、 $H_0 = 40 \text{ mm}$ ，容積 $V = 0.177$  公升），進行水泥漿體的坍流行為的理論分析及數值模擬。詹錢登等人 (2018) 使用小型試驗桶（ $d_0 = 50 \text{ mm}$ 、 $D_0 = 100 \text{ mm}$ 、 $H_0 = 150 \text{ mm}$ ，容積 $V = 0.687$  公升）進行高嶺土泥沙漿體的坍度試驗，分析坍落度與坍流度與漿體含沙濃度之關係。Collins et al. (2012) 使用更小的迷你型試驗桶（ $d_0 = 19 \text{ mm}$ 、 $D_0 = 38 \text{ mm}$ 、 $H_0 = 57 \text{ mm}$ ，容積 $V = 0.038$  公升）來探討添加物對奈米碳管（Carbon nanotube）和普通波特蘭水泥（OPC）混合漿體的工作性及強度的加強效果。Murugan et al. (2016) 使用和 Collins et al. (2012) 相同之迷你型試驗桶來研究氧化石墨烯對波特蘭水泥混合漿體的工作性及強度的加強效果。

除了平截圓錐桶狀的試驗桶之外，也有些研究者使用圓柱狀（Cylindrical geometry）試驗桶來進行坍流試驗，例如 Azimi (2017) 使用高 $H_0 = 300 \text{ mm}$ 、直徑 $D_0 = d_0 = 150 \text{ mm}$ 的圓柱狀試驗桶（容積 $V = 5.30$  公升）進行泥沙泡棉混合體（Sand-Foam Mixture）的坍流試驗。簡言之，不同大小的平截圓錐桶狀試驗桶及圓柱狀試驗桶都曾被用來進行試體的坍度（坍流）試驗，用以分析試體的坍落度及坍流度，或進一步分析它們與流變參數（屈服應力及黏滯度）之關係（Pierre et al., 2013; Wallevik, 2006）。Rajani & Morgenstern (1991) 及 Schowalter & Christensen (1998) 坍落最終高度與試體的屈服應力有密切的關係，但是與試驗桶的大小及形狀沒有太大的關係。

除了試驗桶的形狀因素之外，試體坍落度及坍流度的大小主要與試體流變特性也關，尤其是試體的屈服應力。試體的屈服應力與其坍落度及坍流度關係之分析方法大致上區分為三大類：(1) 以固體性質為主，試體受重力作用，試體內除了正向應力 $\sigma$  (Normal stress) 之外，也產生對應之側向剪應力 $\tau$  (Shear stress)，例如范米賽斯準則（Von Mises criteria）， $\tau = \sigma/\sqrt{3}$ ，崔斯卡準則（Tresca criterion）， $\tau = \sigma/2$ 。當側向剪應力 $\tau$ 大於試體屈服應力 $\tau_y$ 時，試體產生延展變形流動（elongation flow），坍落流動停止時側向剪應力 $\tau$ 恰好等於屈服應力 $\tau_y$ ，由此建構屈服應力與其坍流度或坍落度之關係式（Murata, 1984; Kurokawa et al., 1994; Pashias et al., 1996）；(2) 以流體性質為主，將試體的坍落流動視為純剪力流（Pure shear flow），垂直方向視為靜水壓，由徑向壓力梯度等於剪應力垂直方向的梯度，推求屈服應力與試體坍流度或坍落度之關係（Roussel & Coussot, 2005）；(3) 綜合前述兩種方法，將試體上層視為不變形區以固體模式處理，下層視為可變形區以流體模式處理（Roussel and Coussot, 2005; Pierre et al., 2013）。

因為坍落試驗桶有不同的大小及形狀，為求統一性，分析試驗桶的形狀、試體坍落度及坍流度、以及與試體屈服應力之關係，可以用無因次的方式來表示。本研究以 Roussel and Coussot (2005) 及 Pierre et al. (2013) 的方法為基礎，將試體視為塑性流體，以純剪力流（Pure shear flow）模式來分析試體的坍流特性，將其理論的適用性由平截圓錐試驗桶擴展至平截圓錐試驗桶，來探討無因次坍落度及坍流度及其與無因次屈服應力 $\tau_{y*}$ 之關係，並將理論分析結果與泥沙漿體坍流試驗結果相比較。

## 二、理論分析

### 1. 坍流試驗桶及坍流相關參數

假設試驗桶的形狀為平截圓錐狀，如圖 2 所示，頂端開口直徑為 $d_0$ 、底端開口直徑為 $D_0$ 、桶高為 $H_0$ 。試驗時垂直拔起試驗桶，試體因自重產生坍落現象，用桶高減去塌落後混凝土頂部高度（ $H_f$ ），稱為坍落度 $S (= H_0 - H_f)$ ；試體坍落後，底度直徑變為 $D_f$ ，稱為坍流度。

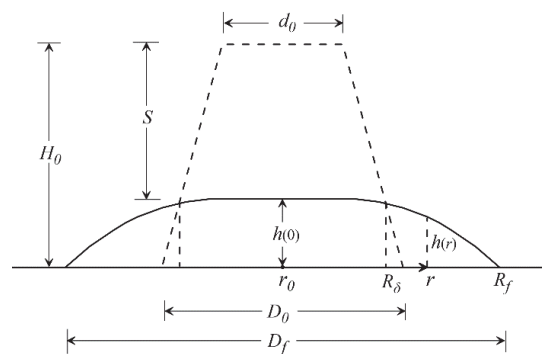


圖 2 坍流試驗試體坍流前後垂直斷面示意圖

Fig.2 Schematic diagram of the cross-sections of a tested sample before and after slump-flow

試驗桶的大小及形狀有所不同，為求統一將試驗桶形狀、試體坍塌度及坍塌度、以及與試體屈服應力之關係，以用無因次的方式表示

$$\alpha = \frac{d_0}{D_0} \quad (1)$$

$$\beta = \frac{H_0}{D_0} \quad (2)$$

$$S_* = \frac{S}{H_0} = \frac{H_0 - H_f}{H_0} \quad (3)$$

$$D_{f*} = \frac{D_f}{D_0} \quad (4)$$

$$\tau_{y*} = \frac{\tau_y}{\rho_m g H_0} \quad (5)$$

其中 $\rho_m$ 為試體密度， $g$ 為重力加速度，係數 $\alpha$ 是試驗桶上方開口直徑與底部開口直徑的比值，代表試驗桶形狀上的差異， $0 < \alpha \leq 1$ ；當 $\alpha = 1$ 表示試驗桶為平截圓柱狀， $0 < \alpha < 1$ 表示試驗桶為平截圓錐狀，最常見的平截圓錐狀試驗桶是 $\alpha = 0.5$ 。

無因次坍塌度的範圍為 $0 \leq S_* < 1$ ，無因次坍塌度的範圍則為 $D_{f*} \geq 1$ 。平截圓錐試驗桶的容積為

$$V = \frac{\pi}{12} H_0 (D_0^2 + D_0 d_0 + d_0^2) \quad (6a)$$

上式可以改寫成

$$V = \frac{\pi \alpha H_0 D_0^2}{12} \quad (6b)$$

或寫成無因次

$$V_* = \frac{4V}{\pi H_0 D_0^2} = \frac{\alpha_*}{3} \quad (6c)$$

其中係數 $\alpha_* = (1 + \alpha + \alpha^2)$ ，當 $\alpha = 1/4, 1/2, 3/4$ 及 $1.0$ 對應之 $\alpha_*$ 值則分別為 $\alpha_* = 21/16, 7/4, 37/16$ 及 $3.0$ 。當試驗桶為平截圓柱狀時， $\alpha = 1.0$ 。試驗桶無因次體積 $V_*$ ，(5c)，是平截圓錐狀試驗桶內體積與圓柱狀試驗桶內體積之比值。當形狀係數 $\alpha = 1/4, 1/2, 3/4$ 及 $1.0$ ，對應之無因次體積為 $V_* = 7/16, 7/12, 37/48$ 及 $1.0$ 。

## 2. 單層模式

對於高坍塌度的試體，不適合以固體延展變形流動 (elongation flow) 模式來分析試體的坍塌特性。本研究將試體視為塑性流體，參照 Roussel & Coussot (2005) 的方法，以純剪力流 (Pure shear flow) 理論及單層模式處理方式來分析試體的坍塌特性將其擴展至適用於平截圓錐試驗桶 ( $0 < \alpha \leq 1.0$ ) 的坍塌行為，並以無因次的方式來表達試體坍塌度及坍塌度與試體屈服應力之關係。

仿照 Roussel & Coussot (2005) 的方法，將其拓展用於分析平截圓錐試驗桶的坍塌試驗，如圖 2 所示。以圓柱座標系統 $(r, \theta, z)$ 及長波近似法 (Long-wave approximation) 為基礎分析試體的坍塌行為。試體坍塌後壓力為靜水壓分布 $P(r, z) = \rho_m g (h(r) - z)$ ，而其動量方程式可以表示為

$$\frac{\partial P}{\partial r} = \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} \quad (7)$$

將上式對 $z$ 積分，並假設作用在底床上 ( $z = 0$ ) 的剪應力恰好為屈服剪應力 ( $\tau_{rz}(0) = \tau_y$ )，則可得

$$\rho_m g h \frac{dh}{dr} = -\tau_y \quad (8)$$

將上式對半徑 $r$ 從試體中心點 ( $r=0$ ) 積分到試體的外緣 ( $r = R_f = 0.5D_f$ )，並配合邊界條件， $h(R_f) = 0$ ，則坍塌後試體在徑向( $r$ -方向)的高度分布 (即坍塌後試體形狀) 為

$$h(r) = \left( \frac{2\tau_y(R_f - r)}{\rho_m g} \right)^{1/2} \quad (9)$$

將坍塌後試體在徑向 ( $r$ -方向) 的高度分布進行積分可得試體體積 ( $V$ ) 關係式，即

$$V = \int_0^{R_f} \int_0^{2\pi} h(r) r dr d\theta = 2\pi \int_0^{R_f} h(r) r dr \quad (10a)$$

將 (9) 式代入上式可得

$$V = 2\pi \left( \frac{2\tau_y}{\rho_m g} \right)^{1/2} \int_0^{R_f} (R_f - r)^{1/2} r dr \quad (10b)$$

上式積分後可得試體的體積關係式為

$$V = \frac{8\pi}{15} \left( \frac{2\tau_y}{\rho_m g} \right)^{1/2} R_f^{5/2} = \frac{2\pi}{15} \left( \frac{\tau_y}{\rho_m g} \right)^{1/2} D_f^{5/2} \quad (11)$$

$$\tau_y = \frac{225 \rho_m g V^2}{128 \pi^2 R_f^5} = \frac{225 \rho_m g V^2}{4 \pi^2 D_f^5} \quad (12)$$

$$D_f = \left( \frac{15V}{2\pi} \right)^{2/5} \left( \frac{\tau_y}{\rho_m g} \right)^{-1/5} \quad (13)$$

坍塌後試體中心點 ( $r = 0$ ) 的高度為 $h(0) = H_f$ ，則坍塌度為

$$S = H_0 - h(0) = H_0 - \left( \frac{\tau_y}{\rho_m g} D_f \right)^{1/2} \quad (14a)$$

(13) 式代入上式，可得

$$S = H_0 - \left( \frac{15V}{2\pi} \right)^{1/5} \left( \frac{\tau_y}{\rho_m g} \right)^{2/5} \quad (14b)$$

將 (12) 式及 (14b) 式寫成無因次式，可得無因次坍塌度與屈服應力之關係為

$$\tau_{y*} = \frac{225}{4\pi^2} \left( \frac{V^2}{H_0 D_0^5} \right) \frac{1}{D_{f*}^5} \quad (15)$$

無因次坍塌度與屈服應力之關係為

$$\tau_{y*} = \sqrt{\frac{2\pi H_0^3}{15V}} (1 - S_*)^{5/2} \quad (16)$$

由 (15) 及 (16) 式可得無因次坍塌度與坍塌度之關係式為

$$S_* = 1 - \left( \frac{15V}{2\pi H_0 D_0^2} \right) \frac{1}{D_{f*}^2} \quad (17)$$

當試驗桶為平截圓錐桶時，將試體體積關係式 (6b) 代入上述三式可得無因次坍塌度與屈服應力之關係為

$$\tau_{y*} = \frac{25\beta\alpha^2}{64} \frac{1}{D_{f*}^5} \quad (18)$$

無因次坍塌度與屈服應力之關係為

$$\tau_{y*} = \sqrt{\frac{8}{5\alpha_*}} \beta (1 - S_*)^{5/2} \quad (19)$$

無因次坍塌度與坍塌度之關係式為

$$S_* = 1 - \left( \frac{5\alpha_*}{8} \right) \frac{1}{D_{f*}^2} \quad (20)$$

## 3. 雙層模式

考量試體形狀為平截圓柱體，Pierre et al. (2013) 將坍塌行為視為純剪力流，延伸 Roussel and Coussot (2005) 的分析方法，增加考慮試體上層有一個不變形層，試體下層為坍塌層。本研究將 Pierre et al. (2013) 的理論分析擴展至適用於平截圓錐試驗桶的坍塌行為，並以無因次的方式來表達試體坍塌度及坍塌度與其屈服應力之關係。

### (1) 試體上層不變形層

雙層模式分析，考量屈服應力對於試體上層的影響，在屈服應力的作用之下，試體上層可保有某一個厚度 $\delta$ ，如固體般的，不變形層 (有如帽蓋)，如圖 3 所示 (許喬凱, 2016)，此不變形層的厚度大小與屈服

應力有密切關係。試體下層為可坍塌層。

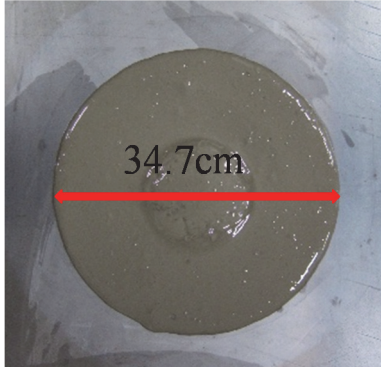


圖 3 細泥漿體坍塌後其形狀大致呈圓形，中間有個狀如帽蓋的不變形層（許喬凱，2016）。

Fig.3 The plan view of a slumped sample of clay slurry and its shape is close to a circle (Hsu, 2016)

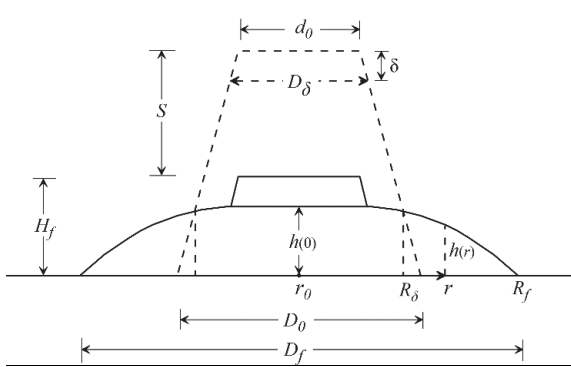


圖 4 雙層模式試體坍塌前後垂直斷面示意圖

Fig.4 Schematic diagram of the cross-sections of a tested sample before and after slump-flow for the double-layer model

如圖 4 所示，在試體上層不變形層的底部，深度為  $\delta$  處，該斷面的直徑為  $D_\delta$ ，上層不變形層頂部與底部的直徑比值  $\alpha_1 = \frac{d_0}{D_\delta}$ ，下層可變形層頂部與底部的直徑比值  $\alpha_2 = \frac{D_\delta}{D_0}$ 。對於平截圓錐試驗桶，直徑  $D_\delta$  與  $D_0$ 、 $d_0$ 、 $\delta$  及  $H_0$  之間具有下列之關係

$$D_\delta = d_0 + \frac{\delta}{H_0}(D_0 - d_0) \quad (21)$$

將上式除以  $d_0$ ，可得  $\alpha_1$  與  $\alpha$  之關係為

$$\frac{1}{\alpha_1} = 1 + \frac{1-\alpha}{\alpha} \left( \frac{\delta}{H_0} \right) = 1 + \frac{\delta_*}{\beta_0} \quad (22a)$$

其中  $\delta_* = \frac{\delta}{H_0}$  = 無因次不變形層厚度，係數  $\beta_0 = \frac{\alpha}{1-\alpha}$ 。

將上式重新整理可得

$$\alpha_1 = \frac{\beta_0}{\delta_* + \beta_0} \quad (22b)$$

或是寫成

$$\delta_* = \beta_0 \left( \frac{1}{\alpha_1} - 1 \right) \quad (22c)$$

因為  $0 < \delta_* < 1.0$ ，所以  $1 > \alpha_1 > \alpha$ 。同理，將 (21) 式除以  $D_0$ ，可得  $\alpha_2$  與  $\alpha$  之關係為

$$\alpha_2 = \alpha + (1 - \alpha)\delta_* \quad (23)$$

上述  $\alpha$ 、 $\alpha_1$  及  $\alpha_2$  之間的關係為  $\alpha = \alpha_1 \alpha_2$ 。

假設試體上層不變形層的形狀沒有變化，仍然為平截圓錐體，類似於 (6b) 式，它的體積  $V_1$  可以表示為

$$V_1 = \frac{\pi \alpha_1 \delta D_\delta^2}{12} \quad (24)$$

其中  $\alpha_1$  為試體不變形層底部及底部直徑比 ( $\alpha_1$ ) 的相關係數(形狀係數)， $\alpha_1 = (1 + \alpha_1 + \alpha_1^2)$ 。將試體上層不變形層視為彈性固體，假設作用在不變形層底部斷面上的正向應力  $\sigma_1$  與側向應力  $\tau_1$  之關係符合范米賽斯準則 (Von Mises criteria,  $\tau_1 = \sigma_1/\sqrt{3}$ )；當該斷面側向應力恰為屈服應力時， $\tau_1 = \tau_y$ ，則它與該斷面的正向應力之間的關係為

$$\frac{1}{4} \pi D_\delta^2 \tau_y = \frac{\rho_m g V_1}{2} = \frac{\pi \rho_m g \alpha_1 \delta D_\delta^2}{12\sqrt{3}} \quad (25)$$

將上式整理後可得無因次屈服應力  $\tau_{y*}$  與不變形層厚度  $\delta_*$  之關係式為

$$\tau_{y*} = \frac{\alpha_1 \delta}{3\sqrt{3}H_0} = \frac{\alpha_1}{3\sqrt{3}} \delta_* \quad (26a)$$

或寫成

$$\delta_* = \frac{\delta}{H_0} = \frac{3\sqrt{3}}{\alpha_1} \tau_{y*} \quad (26b)$$

當  $\alpha = 1.0$  表示試驗桶為平截圓柱試驗桶， $\alpha_1 = 3.0$ 。方程式 (26a) 及 (26b) 是隱式方程式，因為係數  $\alpha_1$  也是  $\delta_*$  的函數。將 (22b) 代入 (26b)，重新整理後可得

$$\delta_* \left( 1 + \frac{\beta_0}{\delta_* + \beta_0} + \left( \frac{\beta_0}{\delta_* + \beta_0} \right)^2 \right) = 3\sqrt{3} \tau_{y*} \quad (27)$$

當試體的密度  $\rho_m$  及屈服應力  $\tau_y$  以及試驗桶的高度  $H_0$  及形狀係數  $\alpha$  已知時，可以由上式疊代推求得不變形層的厚度  $\delta$ 。例如試驗桶形狀係數  $\alpha = 0.5$ ， $\beta_0 = 1.0$ ，上式可以寫成

$$\delta_* \left[ 1 + \frac{1}{1+\delta_*} + \left( \frac{1}{1+\delta_*} \right)^2 \right] = 3\sqrt{3} \tau_{y*} \quad (28a)$$

重新整理上式後可得三次方程式

$$\delta_*^3 + (3 - A)\delta_*^2 + (3 - 2A)\delta_* - A = 0 \quad (28b)$$

其中  $A = 3\sqrt{3} \tau_{y*}$ 。求解上式可求得

$$\delta_* = \frac{1}{3} \left[ \left( \frac{2A^3 + 3\sqrt{12A^3 + 81} + 27}{2} \right)^{\frac{1}{3}} + \left( \frac{2}{2A^3 + 3\sqrt{12A^3 + 81} + 27} \right)^{\frac{1}{3}} A^2 + A - 3 \right] \quad (29)$$

例如，已知試體密度  $\rho_m = 1,500 \text{ kg/m}^3$ 、屈服應力  $\tau_y = 45 \text{ Pa}$ 、試驗桶高  $H_0 = 0.15 \text{ m}$  及形狀係數  $\alpha = 0.5$ ，則  $\tau_{y*} = 0.02$ ，由 (15a) 式使用試誤法或直接由 (15c) 式可求解可得  $\delta_* = 0.037$ ，則試體不變形區厚度  $\delta = H_0 \delta_* = 5.5 \text{ mm}$ 。同理，假如試體屈服應力較小，只有  $\tau_y = 15 \text{ Pa}$ ，其他條件不變，可求得較小的  $\delta_* = 0.012$  及  $\delta = 1.8 \text{ mm}$ 。

當試驗桶形狀係數  $\alpha = 1/4, 1/2, 3/4, 1.0$  等不同條件，對應不同的  $\beta_0$  值，按照 (27) 式計算，所得之無因次屈服應力與不變形層厚度之關係，如圖 5 所示。圖中顯示在相同  $\tau_{y*}$  的情況下， $\alpha$  值愈小者  $\delta_*$  值愈大；在相同  $\delta_*$  的情況下， $\alpha$  值愈大者  $\tau_{y*}$  值愈大。此說明係數  $\alpha$  會影響不變形層的厚度。

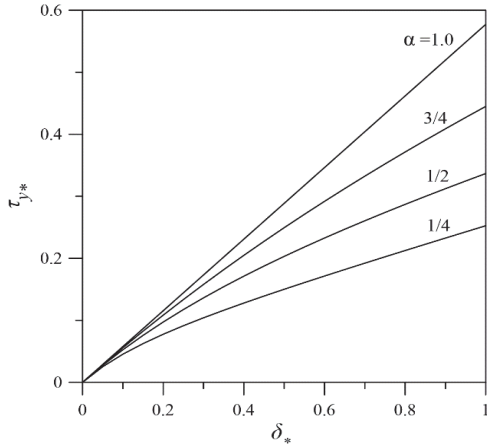


圖 5 不同試驗桶形狀係數所對應之無因次屈服應力與不變形區厚度之關係

Fig.5 Relations of the dimensionless yield stress and undeformable thickness for the sample tested using slump cones having different shape factors

同理，將 (22b) 代入 (26b)，重新整理後可得求形狀係數  $\alpha_1$  與  $\tau_{y*}$  之關係式為

$$\alpha_1^3 + \frac{3\sqrt{3}\tau_{y*}}{\beta_0}\alpha_1 - 1 = 0 \quad (30)$$

當  $\tau_{y*}$  與  $\beta_0$  已知，令  $B = \frac{3\sqrt{3}\tau_{y*}}{\beta_0}$ ，求解上式可得

$$\alpha_1 = \left( \frac{\sqrt{12B^3+81}+9}{18} \right)^{1/3} - \left( \frac{2}{3(\sqrt{12B^3+81}+9)} \right)^{1/3} B \quad (31)$$

形狀係數  $\alpha_1$  與  $\tau_{y*}$  及  $\alpha$  之關係。例如半截圓錐試驗桶  $\alpha = 0.5$ ， $\beta_0 = 1.0$ ，當  $\tau_{y*} = 0.02, 0.05, 0.1, 0.15$  及  $0.2$ ，對應之  $B = 0.10, 0.26, 0.52, 0.78$  及  $1.04$ ，求解得  $\alpha_1 = 0.97, 0.91, 0.83, 0.75$  及  $0.67$ ，對應之係數  $\alpha_{1*} = 2.90, 2.75, 2.52, 2.31$  及  $2.12$ ，試體無因次不變形層厚度  $\delta_* = 0.036, 0.095, 0.207, 0.338$  及  $0.490$ 。

## (2) 臨界屈服應力

當  $\delta_* = 1.0$ ，表示試體的屈服應力很大，整個試體不會變形，此時對應之屈服應力為臨界屈服應力  $\tau_{y*m}$ ，當試體屈服應力大於臨界屈服應力 ( $\tau_{y*} \geq \tau_{y*m}$ ) 時，整個試體有如不變形之固體。此臨界屈服應力與試體起始形狀係數  $\alpha$  有關，而且  $\alpha_{1*} = \alpha_*$ ，則

$$\tau_{y*m} = \frac{\alpha_*}{3\sqrt{3}} \quad (32)$$

當  $\alpha = 1/4, 1/2, 3/4, 1.0$ ，對應之  $\alpha_* = 21/16, 7/4, 37/16$  及  $3.0$ ，則  $\tau_{y*m} = \frac{7}{16\sqrt{3}}, \frac{7}{12\sqrt{3}}, \frac{37}{48\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}$ 。由此可知進行坍塌試驗時，試體無因次屈服應力小於臨界屈服應力 ( $\tau_{y*} < \tau_{y*m}$ ) 時，才有坍塌現象。否則當  $\tau_{y*} \geq \tau_{y*m}$  時，試體有如不變形的固體。

## (3) 試體下層可坍塌層

考量試體形狀為平截圓錐體，試體上層有一個不變形層，試體下層為可坍塌層。不變形層的厚度為  $\delta$ 。將試體下層為可坍塌層視為塑性流體，以純剪力流 (Pure shear flow) 模式來分析試體的坍塌特性，則坍塌後試體可坍塌層的縱剖面高度分布  $h(r)$  如 (9) 式所示。可坍塌層表面與其上層不變形層底部的交接處

為  $r = R_\delta = 0.5D_\delta$ ，則該處的厚度為

$$h_\delta = h(R_\delta) = \sqrt{\frac{2\tau_y}{\rho_m g}} (R_f - R_\delta)^{1/2} \quad (33a)$$

以無因次表示，

$$h_{\delta*} = h_*(\alpha_2) = \sqrt{\frac{\tau_{y*}}{\beta}} (D_{f*} - \alpha_2)^{1/2} \quad (33b)$$

其中  $\alpha_2 = \frac{D_\delta}{D_0}$ ，試體無因次厚度  $h_{\delta*} = h_*(\alpha_2) = \frac{h(R_\delta)}{H_0}$ ， $D_{f*}$  為無因次坍塌度。

## 4 試體坍塌度與屈服應力之關係

試體坍塌後的淨厚度為  $H_f = \delta + h_\delta$ ，坍塌度  $S = H_0 - H_f$ ；因此，試體坍塌度  $S$  與屈服應力  $\tau_y$  及坍塌半徑  $R_f$  之關係為

$$S = H_0 - \frac{3\sqrt{3}\tau_y}{\alpha_{1*}\rho_m g} - \sqrt{\frac{2\tau_y}{\rho_m g}} \sqrt{R_f - R_\delta} \quad (34a)$$

以無因次表示，

$$S_* = 1 - \frac{3\sqrt{3}\tau_{y*}}{\alpha_{1*}} - \sqrt{\frac{\tau_{y*}}{\beta}} \sqrt{D_{f*} - \alpha_2} \quad (34b)$$

## 5. 試體坍塌度與屈服應力之關係

由試體坍塌前後的體積相同，可以推導出試體坍塌度與屈服應力之關係。試體坍塌後的體積由頂部帽蓋層、中間圓柱體及外圍環狀體等三個部分所組成，它們的體積總合為

$$V = \frac{\pi\alpha_*\delta D_\delta^2}{12} + \pi R_\delta^2 h_\delta + \int_{R_\delta}^{R_f} 2\pi r h(r) dr \quad (35a)$$

$$V = \pi R_\delta^2 \left( \frac{\alpha_*\delta}{3} + h_\delta \right) + 2\pi \int_{R_\delta}^{R_f} r h(r) dr \quad (35b)$$

其中坍塌後試體可坍塌層的厚度  $h(r)$  如 (9) 式所示。令上式積分項為  $V_s$ ，將其積分後可得

$$V_s = \frac{8\pi}{15} \sqrt{\frac{2\tau_y}{\rho_m g}} (R_f - R_\delta)^{5/2} + \frac{4\pi}{3} \sqrt{\frac{2\tau_y}{\rho_m g}} R_\delta (R_f - R_\delta)^{3/2} \quad (36)$$

將不變形層厚度  $\delta$ 、坍塌層表面與其上層不變形層底部交接處  $h_\delta$  及坍塌層體積  $V_s$  等關係式代入 (35b) 式，並除上半截圓柱體試驗桶體積 ( $\pi H_0 D_0^2 / 4$ )，可得半截圓錐試驗桶無因次坍塌度與屈服應力之關係式為

$$\frac{\alpha_*}{3} = \sqrt{3}\alpha_2^2 \tau_{y*} + \beta^{-1/2} \alpha_2^2 D_{f**}^{1/2} \sqrt{\tau_{y*}} + \beta^{-1/2} \left( \frac{8}{15} D_{f**}^{5/2} + \frac{4}{3} \alpha_2 D_{f**}^{3/2} \right) \sqrt{\tau_{y*}} \quad (37)$$

其中  $D_{f**} = D_{f*} - \alpha_2$ 。將上式重新整理後寫成

$$a\tau_y + b\sqrt{\tau_y} + c = 0 \quad (38)$$

上式的解析解為

$$\tau_y = \left( \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right)^2 \quad (39)$$

其中係數  $a = \sqrt{3}\alpha_2^2$ ， $b = \beta^{-1/2} \left( \frac{8}{15} D_{f**}^{5/2} + \frac{4}{3} \alpha_2 D_{f**}^{3/2} + \alpha_2^2 D_{f**}^{1/2} \right)$ ， $c = -\frac{\alpha_*}{3}$ 。

前述 (39) 式方便於已知  $D_{f*}$  (或  $D_{f**}$ ) 時推求  $\tau_{y*}$ 。當已知  $\tau_{y*}$  而需要推求  $D_{f**}$  (或  $D_{f*}$ ) 時，可以將 (37) 式重新理成

$$D_{f**}^{5/2} + a_1 D_{f**}^{3/2} + b_1 D_{f**}^{1/2} + c_1 = 0 \quad (40)$$

其中係數  $a_1 = 2.5\alpha_2$ ， $b_1 = \frac{15}{8}\alpha_2^2$ ， $c_1 = \frac{15(\sqrt{3}\alpha_2^2\tau_{y*} - \frac{\alpha_*}{3})\sqrt{\beta}}{8\sqrt{\tau_{y*}}}$ 。

當試驗桶的形狀為半截圓柱體時， $\alpha = 1.0$ ，則  $\alpha_{1*} = 3.0$ ， $\alpha_2 = 1.0$  及  $D_{f**} = D_{f*} - 1$ ，整理後可得無因次  $S_*$  與  $\tau_{y*}$  及  $D_{f**}$  之關係為

$$S_* = 1 - \sqrt{3}\tau_{y*} - \sqrt{\tau_{y*}}\beta^{-1/2}D_{f**}^{1/2} \quad (41)$$

$\tau_{y*}$ 及 $D_{f**}$ 之關係為

$$\tau_{y*} = \left( \frac{-b_* + \sqrt{b_*^2 + (4/\sqrt{3})}}{2} \right)^2 \quad (42)$$

其中  $b_* = \sqrt{\frac{1}{3}}\beta^{-1/2} \left[ \frac{8}{15}D_{f**}^{5/2} + \frac{4}{3}D_{f**}^{3/2} + D_{f**}^{1/2} \right]$ 。

### 三、理論分析結果之比較

圖 6 與 7 是常見的半截圓錐試驗桶 ( $\alpha = 1/2, \beta = 3/2$ ) 與半截圓柱試驗桶 ( $\alpha = 1, \beta = 3/2$ ) 的理論分析的結果比較。當無因次屈服應力 ( $\tau_{y*}$ ) 小於 0.15 時，單層與雙層的理論分析結果趨於一致。在坍塌度方面，圖 7 顯示當無因次坍塌度  $D_{f*} > 2.0$  (半截圓錐試驗桶) 或  $D_{f*} > 2.5$  (半截圓柱試驗桶)，單層與雙層模式的理論結果趨於相同；反之，當無因次坍塌度較小時 ( $D_{f*} < 2.0$  或  $D_{f*} < 2.5$ 時，在相同的無因次屈服應力之下，單層模式的結果有較大之無因次坍塌度。圖中也顯示當試體無因次屈服應力固定時，較大的  $\alpha$  值對應較大的坍塌度，即半截圓柱試驗桶 ( $\alpha = 1$ ) 有較大的坍塌度。

在無因次坍塌度方面，圖 7 顯示當無因次坍塌度  $S_* > 0.85$  (半截圓錐試驗桶)，單層與雙層模式的理論結果趨於相同；但是當無因次坍塌度較小時 ( $S_* < 0.85$ ，在相同的無因次屈服應力之下，單層模式的結果明顯偏大。但是在  $\alpha$  值對坍塌度影響方面，單層與雙層理論的結果趨勢不一致，對於單層理論較大的  $\alpha$  值對應較小的坍塌度，對於雙層理論較大的  $\alpha$  值對應較大的坍塌度。

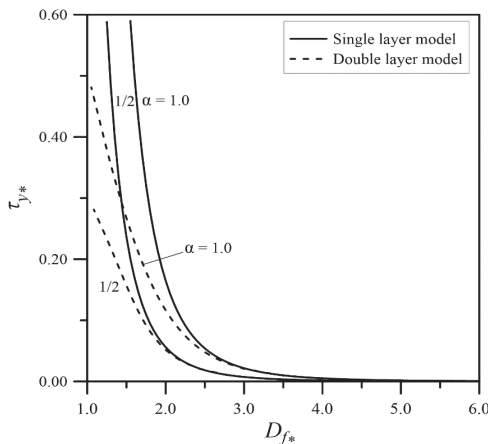


圖 6 單層與雙層模式無因次坍塌度與屈服應力關係之比較  
**Fig.6 Comparisons of the relations of dimensionless slump-flow and yield stress by single-layer and double-layer models**

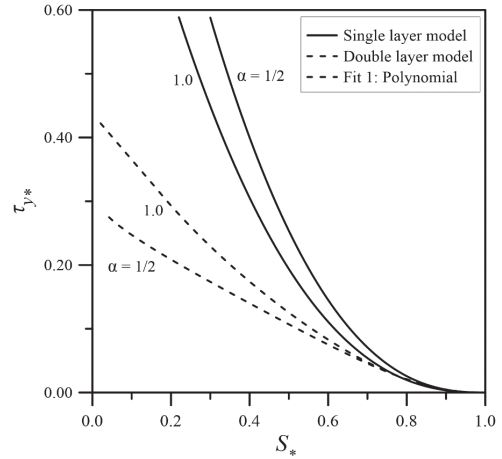


圖 7 單層與雙層模式無因次坍塌度與屈服應力關係之比較  
**Fig.7 Comparisons of the relations of dimensionless slump and yield stress by single-layer and double-layer models**

在無因次坍塌度與坍塌度關係方面，圖 8 顯示當無因次坍塌度  $S_* > 0.80$  (半截圓錐試驗桶)，單層與雙層模式的理論結果趨於相同；但是當無因次坍塌度較小時 ( $S_* < 0.8$ )，在相同的無因次坍塌度之下，雙層模式所得的無因次坍塌度較大些。在相同的無因次坍塌度之下，半截圓柱試驗桶 ( $\alpha = 1$ ) 試驗有明顯較大之無因次坍塌度。圖中也顯示當無因次坍塌度趨近於零時，雙層模式的結果無因次坍塌度也是趨近於 1.0，但是單層模式的理論結果無因次坍塌度並沒有趨近於 1.0，而是略大於 1.0。

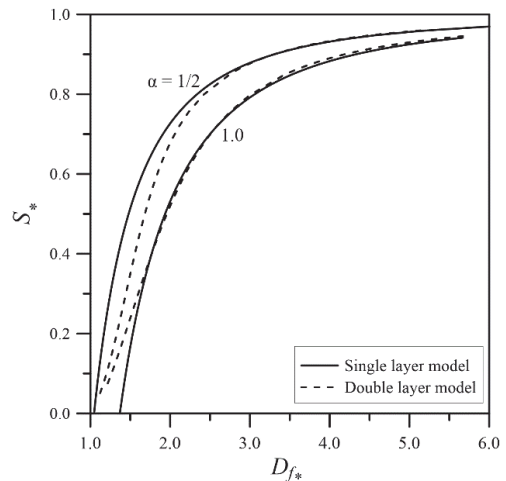


圖 8 單層與雙層模式無因次坍塌度與坍塌度關係之比較  
**Fig.8 Comparisons of the relations of dimensionless slump and slump-flow by single-layer and double-layer models**

### 四、理論與試驗結果之比較

#### 1. 坍塌試驗結果

以詹錢登等人 (2018) 及許喬凱 (2016) 的坍塌試驗及流變量測試結果與本研究的理論結果進行比較。為了試驗

材料準備及試驗操作上的方便，他們的試驗採用縮小比例的半截圓錐試驗桶進行試驗，試驗桶頂端開口直徑 $d_0 = 5\text{ cm}$ ，底端開口直徑 $D_0 = 10\text{ cm}$ ，高度 $H_0 = 15\text{ cm}$ ，對應之 $\alpha = 0.5$ 及 $\beta = 1.5$ 。按照坍度試驗的標準步驟進行。試驗時，將試體分3次填裝灌入坍落度桶內，每次填裝後用搗錘沿桶壁均勻由外向內擊25下，搗試後，抹平；然後拔起桶，試體會因為自重產生坍落並向外延展（坍流）。試體具有屈服應力，試體坍落延展到一定程度之後就會停止。當試體坍落延展停止後，立即進行試體高度量測。試體坍落前之高度（與桶高 $H_0$ 相同）減去試體坍落後頂部平均高度 $H_f$ ，可得到坍落度 $S$ （Slump），即 $S = H_0 - H_f$ 。試體坍落後的俯視圖，其外緣形狀基本上相當接近於圓形，量測坍落後試體的兩個垂直方向的直徑，取其平均即可得到試體的平均直徑，即坍流度 $D_f$ （詹錢登等人，2018）。

試驗材料包含細泥漿體及粗顆粒混合漿體兩大類。細泥漿體是使用石門水庫淤泥曬乾篩分處理過的黏土（經濟部水利署水利規劃試驗所吳慶現博士提供）和清水混合而成，此淤泥的粒徑範圍介於 $0.06\text{ }\mu\text{m}$ 至 $4\text{ }\mu\text{m}$ 之間，主要成分為黏土（Clay）與粉沙（Silt），中值粒徑 $d_{50} = 0.36\text{ }\mu\text{m}$ ，比重約為2.65。將此淤泥和不同比例的清水充分混合，得到5種不同濃度 $(C_{vf})$ 的細泥漿體， $C_{vf} = V_f / (V_f + V_w)$ ， $V_f$ 為漿體中淤泥的體積， $V_w$ 為漿體中水的體積。粗顆粒混合漿體則是由粗顆粒小石子與濃度 $C_{vf} = 0.30$ 之細泥漿體混合而成。粗顆粒小石子取自河道，粒徑介於 $0.85\text{ mm}$ 至 $1.18\text{ mm}$ 之間，平均粒徑約 $1.0\text{ mm}$ ，顆粒形狀係數大約 $SF=0.7$ ，比重 $G = 2.65$ 。將此 $1.0\text{ mm}$ 的粗顆粒泥沙與濃度 $C_{vf} = 0.30$ 之細泥漿體混合成粗顆粒混合漿體。將不同含量之粗顆粒和細泥漿體的充分混合，得到不同粗顆粒 $C_{vg}$ 含量之混合漿體， $C_{vg} = V_g / (V_g + V_f + V_w)$ ， $V_g$ 為漿體中粗顆粒泥沙的體積。混合漿體中包含粗細顆粒的總泥沙顆粒濃度 $C_{vg} = (V_g + V_f) / (V_g + V_f + V_w)$ ，而 $C_{vt}$ 與 $C_{vf}$ 及 $C_{vg}$ 之關係為 $C_{vt} = C_{vf}(1 - C_{vg}) + C_{vg}$ 。

細泥漿體及粗顆粒混合漿體的坍流試驗結果分別列於表1及表2。除了坍流試驗之外，也用流變儀器對試驗漿體進行流變參數之量測。細泥漿體及粗顆粒混合漿體的流變特性基本上符合賓漢流體模式（Bingham Fluid Model）。如表1所示，細泥漿體的坍落度與坍流度與漿體的濃度有很密切之關係。漿體濃度愈高，愈黏稠，其屈服應力及黏滯度愈大，坍落度及坍流度愈小。如表2所示，粗顆粒混合漿體的坍落度與坍流度與漿體中的粗顆粒含量也有關係。在相同細泥漿體的濃度下（ $C_{vf} = 0.30$ ），加入粗顆粒後，混合漿體的整體含沙濃度變大，稠度變大，混合漿體的坍落度及坍流度變小，但是變小的幅度不是很大，此反映出粗顆粒含量對混合漿體的坍落度及坍流度有影響，但相同濃度下其影響低於細顆粒（黏土）對這兩個參數的影響。

表 1 細泥漿體無因次屈服應力、坍落度及坍流度

Table 1 Dimensionless yield stress, slump and slump-flow of clay-silt slurries

濃度 $C_{vf}$	屈服應力 $\tau_{y*}$	坍落度 $S_*$	坍流度 $D_{f*}$
0.25	0.0027	0.960	5.03
0.275	0.0049	0.933	3.99
0.30	0.0065	0.907	3.47
0.325	0.0121	0.867	2.50
0.35	0.0153	0.793	1.89

表 2 粗顆粒漿體無因次屈服應力、坍落度及坍流度

Table 2 Dimensionless yield stress, slump and slump-flow of coarse particle slurries

濃度 $C_{vg}$	總濃度 $C_{vt}$	屈服應力 $\tau_{y*}$	坍落度 $S_*$	坍流度 $D_{f*}$
0.0	0.300	0.0065	0.907	3.47
0.15	0.405	0.0069	0.907	3.36
0.20	0.440	0.0071	0.900	3.09
0.25	0.475	0.0077	0.900	2.75
0.30	0.510	0.0082	0.893	2.52

2. 理論與試驗結果之比較

圖9、10及11是半截圓錐試驗桶（ $\alpha = 1/2, \beta = 3/2$ ）理論分析結果與試驗結果之比較。試驗所使用的細泥漿體及粗顆粒混合漿體是高坍流性的塑性流體。圖9顯示無因次屈服應力與坍落度之關係，當無因次坍落度 $S_* > 0.8$ ，理論與試驗結果相當一致。圖10顯示無因次屈服應力與坍流度之關係，當無因次坍流度 $D_{f*} > 2.5$ ，理論與試驗結果相當一致。圖11顯示無因次坍落度與坍流度之關係，當無因次坍流度 $D_{f*} > 2.5$ ，理論與試驗結果相當一致，說明本研究以純剪力流理論的分析結果可適用於高坍流性塑性流體的坍流特性分析。

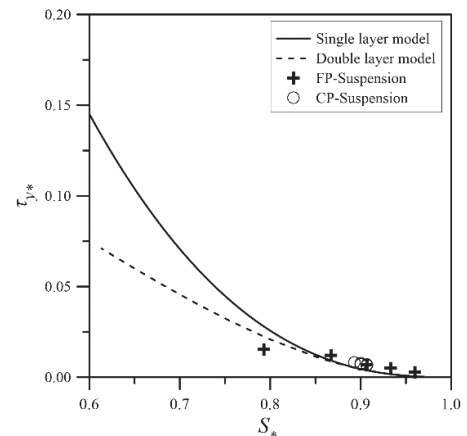


圖 9 無因次屈服應力與坍落度之關係

Fig.9 Relations of dimensionless yield stress and slump

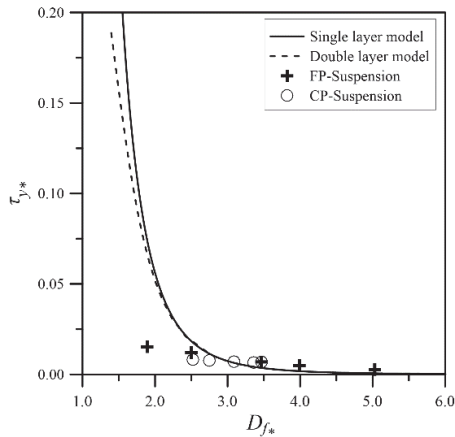


圖 10 無因次屈服應力與坍流度之關係

Fig.10 Relations of dimensionless yield stress and slump-flow

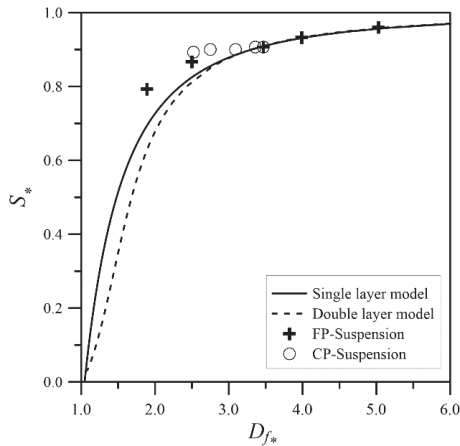


圖 11 無因次坍落度與坍流度之關係

Fig.11 Relations of dimensionless slump and slump-flow

## 五、結 論

本研究以純剪力流理論分析試體的坍流特性，以 Roussel and Coussot (2005) 的單層理論及 Pierre et al. (2013) 的雙層理論為基礎，將他們平截圓柱試驗桶的坍流理論擴展至可適用於平截圓錐試驗桶的坍流理論，並將結果以無因次方式表達試體屈服應力與坍落度及坍流度之關係。所得結果如以下說明：

1. 單層理論不考慮試體上層的不變形層，以純剪力流理論分析整體試體坍流後的堆積形態，進而推導出試體坍落度及坍流度與屈服應力之關係。雙層理論考量試體屈服應力的影響，將試體區分為上層不變形層及下層可坍流層，先分析不變形層的厚度，然後用純剪力流理論分析試體的坍流特性，進而推求試體坍落度及坍流度與屈服應力之間的關係。結果顯示當無因次屈服應力( $\tau_{y*}$ )小於 0.15 時，單層與雙層的理論分析結果趨於一致。但是對於試體具有較大的屈服應力時 ( $\tau_{y*} > 0.15$ )，單層理論的分析結果具有較大的坍落度及坍流度。

2. 平截圓柱試驗桶是平截圓錐試驗桶的特殊情形，當試驗桶的高度與寬度比 ( $\beta$ ) 固定時，試驗桶頂部與底部開口直徑比 ( $\alpha$ ) 代表平截圓錐試驗桶的形狀差異， $0 < \alpha \leq 1.0$ 。當  $\alpha = 1.0$ ，表示試驗桶為平截圓柱試驗桶。單層及雙層理論的分析結果均顯示形狀參數  $\alpha$  會影響到坍落度及坍流度與屈服應力之關係。當試體無因次屈服應力固定時，單層與雙層理論的結果趨勢一致，較大的  $\alpha$  值對應較大的坍流度；但是在坍落度方面，單層與雙層理論的結果趨勢不一致，對於單層理論較大的  $\alpha$  值對應較小的坍流度，對於雙層理論較大的  $\alpha$  值對應較大的坍流度。
3. 理論分析結果與許喬凱 (2016) 的細泥漿體及粗顆粒混合漿體坍流試驗結果相比較，比較試體坍落度及坍流度與屈服應力之間的關係，結果顯示當無因次坍流度較大時 ( $D_{f*} > 2.5$ )，理論與試驗結果相當一致，說明本研究以純剪力流理論的分析結果可適用於高坍流性塑性流體的坍流特性分析。
4. 坍流試驗操作簡便，除了在試驗室之外，在現場也相當容易操作，目前已知可由坍流度(或坍落度)參數推估試體的屈服應力，未來需要進一步研究，希望能夠找出試體黏滯係數與坍流度 (或坍落度) 之關係。希望未來可在土石流潛勢溪流現場以坍流試驗快速掌握土石流體的流變參數 (屈服應力及黏滯係數) 進而評估其流動特性。

## 誌 謝

本研究承蒙科技部專題研究計畫補助 (MOST 106-2625-M-006-018; MOST 110-2221-E-006-062)，謹此致謝。

## 參考文獻

- [1] 胡小芳、蘇志學 (2006)，「改進式攤度試驗落度筒法測定新拌混凝土流變性能」，*混凝土*，202，64-69。(Hu, X.F., and Su, Z.X. (2006). "The method of modified slump cone measuring fluidity of fresh concrete." *Concrete*, 202, 64-69. (in Chinese))
- [2] 許喬凱 (2016)，「利用坍度試驗推估泥沙漿體的流變參數」，國立成功大學水利及海洋工程學系碩士論文(指導教授：詹錢登)。(Hsu, C.K. (2016). *Assessment of Rheological Parameters of a Sediment-Mixture Slurry by Using the Slump Test*. Masture Thesis, National Cheng Kung University. (in Chinese)).
- [3] 黃法禮、李化建、謝永江、易忠來、譚鹽賓 (2015)，「新拌混凝土工作性能與流變參數相關性研究進展」，*預拌混凝土*，312，119-127。(Huang, F.L., Li, H.J., Xie, Y.J., Yi, Z.L., and Tan, Y.B. (2015). "Research progress on the correlation between workability and rheological parameters of fresh concrete." *Ready Mixed Concrete*, 312, 119-127. (in Chinese))



- [4] 詹錢登 (2000), 「土石流概論」, 科技圖書股份有限公司。(Jan, C.D. (2000). *Introduction of Debris Flow*, Tech Book Co. Ltd., Taiwan. (in Chinese))
- [5] 詹錢登、張雅雯、郭峰豪、羅偉誠 (2009), 「固體顆粒對賓漢流體流變參數之影響」, 中華水土保持學報, 40(1), 95-104。(Jan, C.D., Chang, Y.W., Kao, F.H., and Lo, W.C. (2009). "Effects of solid particles on the rheological parameters of Bingham Fluid." *Journal of Chinese Soil and Water Conservation*, 40(1), 95-104. (in Chinese))
- [6] 詹錢登、許喬凱、楊致遠 (2018), 「高嶺土泥沙漿體流變與坍塌度之試驗研究」, 中華水土保持學報, 49(2), 71-77。(Jan, C.D., Hsu, C.K., and Yang, C.Y. (2018). "Rheological Experiments and Slump Tests of Kaolin Slurries." *Journal of Chinese Soil and Water Conservation*, 49(2), 71-77. (in Chinese))
- [7] 鄒初首、夏勇 (2006), 「混凝土坍塌度影響因素的試驗研究」, 混凝土, 195, 65-67。(Deng, C.S., and Xia, Y. (2006). "Experimental research on influence factors on concrete slump." *Concrete*, 195, 65-67. (in Chinese))
- [8] Ferraris, C.F. (1999). Measurement of the rheological properties of high performance concrete: State of the art report. *Journal of Research of the National Institute of Standards and Technology*, 104(5), 461-478.
- [9] Jan, C.D., and Shen, H.W. (1997). Review Dynamic Modeling of Debris Flows, *Lecture Notes in Earth Sciences*, 64, 93-116.
- [10] Major, J.J., and Pierson, T.C. (1992). "Debris flow rheology: experiment analysis of fine-grained slurries." *Water Resources Research*, 28(3), 841-857.
- [11] Mitschka, P. (1982). "Simple conservation of Brookfield R.V.T. readings into viscosity functions." *Rheologica Acta*, 21, 207-209.
- [12] O'Brien, J.S., and Julien, P.Y. (1988). "Laboratory analysis of mudflow properties." *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, 114(8), 877-887.
- [13] Tregger, N., Gregori, A., Ferrara, L., and Shah, S. (2012). "Correlating dynamic segregation of self-consolidating concrete to the slump-flow test." *Construction and Building materials*, 28, 499-505.
- [14] Collins, F., Lambert, J., and Duan, W.H. (2012). "The influences of admixtures on the dispersion, workability, and strength of carbon nanotube OPC paste mixtures." *Cem. Concr. Compos.* 34 (2) 201-207.
- [15] Kurokawa, Y., Tanigawa, Y., Mori, H., and Komura, R. (1994). "A study on the slump test and slump-flow test of fresh concrete." *Transactions of the Japan Concrete Institute*, 16, 25-32.
- [16] Murugan, M., Santham, M., Gupta, S.S., Pradeep, T., and Shah, S.P. (2016). "Influence of 2D rGO nanosheets on the properties of OPC paste." *Cement and Concrete Composites*, 70, 48-59.
- [17] Pashias, N., Boger, D., Summers, J., and Glenister, D. (1996). "A fifty-cent rheometer for yield stress measurement." *Journal of Rheology*, 40(6), 1179-1189.
- [18] Pierre, A., Lanos, C., and Estelle, P. (2013). "Extension of spread-slump formulae for yield stress evaluation." *Applied Rheology*, 23(6), 63849.
- [19] Roussel, N., and Coussot, P. (2005). "Fifty-cent rheometer for yield stress measurements: From slump to spreading flow." *Journal of Rheology*, 49(3), 705-718.
- [20] Saak, A.W., Jennings, H.M., and Shah, S.P. (2004). "A generalized approach for the determination of yield stress by slump and slump flow." *Cement and Concrete Composites*, 34, 363-371.
- [21] Sakir, S., Raman, S.N., Kaish, A.B.M.A., and Mutalib, A.A. (2020). "Calibration of ASTM C230 Cone for measuring flow diameter of self-flowing mortar according to the EFNARC recommendation." In book: *Rheology and Processing of Construction Materials*. DOI: 10.1007/978-3-030-22566-7\_31.

---

2021 年 07 月 04 日 收稿

2021 年 10 月 10 日 修正

2021 年 10 月 13 日 接受